

Analytical/Empirical Study on Indentation Behavior of Sandwich Plate with Foam Core and Composite Face Sheets

Soheil Dariushi^{1*} and Mojtaba Sadighi²

1. Department of Composite, Faculty of Polymer Processing, Iran Polymer and Petrochemical Institute, P.O. Box: 14975-112, Tehran, Iran

2. Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, P.O. Box: 159163-4311, Tehran, Iran

Received: 22 October 2016, accepted: 10 April 2017

ABSTRACT

Sandwich structures are widely used in aerospace, automobile, high speed train and civil applications. Sandwich structures consist of two thin and stiff skins and a thick and light weight core. In this study, the obligatory mandate of a sandwich plate contact constitutes a flexible foam core and composite skins with a hemispherical rigid punch has been studied by an analytical/empirical method. In sandwich structures, calculation of force distribution under the punch nose is complicated, because the core is flexible and the difference between the modulus of elasticity of skin and core is large. In the present study, an exponential correlation between the contact force and indentation is proposed. The coefficient and numerical exponent were calculated using the experimental indentation results. A model based on a high-order sandwich panel theory was used to study the bending behavior of sandwich plate under hemispherical punch load. In the first method, the force distribution under the punch nose was calculated by the proposed method and multiplied to deformation of related point in the loading area to calculate the potential energy of the external loads. In the second method, the punch load was modeled as a point force and multiplied to deformation of maximum indented point. The results obtained from the two methods were compared with the experimental results. Indentation and bending tests were carried out on sandwich plates with glass/epoxy skins and a styrene/acrylonitrile foam core. In the bending test, a simply support condition was set and in the indentation test the sandwich specimens were put on a rigid support. Indeed, in this position the punch movement was equal the indentation. The comparison between the analytical and experimental results showed that the proposed method significantly improved the accuracy of analysis.

Keywords:

contact law,
sandwich plate,
indentation,
glass/epoxy composite,
acrylonitrile foam

(*)To whom correspondence should be addressed.

E-mail: s.dariushi@ippi.ac.ir

Please cite this article using:

Dariushi S. and Sadighi M., Analytical/Empirical Study on Indentation Behavior of Sandwich Plate with Foam Core and Composite Face Sheets, *Iran. J. Polym. Sci. Technol. (Persian)*, **30**, 235-245, 2017.

بررسی تحلیلی-تجربی رفتار نفوذ بر صفحه ساندویچی با هسته اسفنجی و ورق‌های رویه کامپوزیتی

سهیل داریوشی^{۱*}، مجتبی صدیقی^۲

۱- تهران، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، پژوهشکده فرایند، گروه کامپوزیت، صندوق پستی ۱۴۹۷۵-۱۱۲

۲- تهران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی مکانیک، صندوق پستی ۴۳۱۱-۱۵۹۱۶۳

دریافت: ۱۳۹۵/۸/۱، پذیرش: ۱۳۹۶/۱/۲۱

مجله علوم و تکنولوژی پلیمر،

سال سی‌ام، شماره ۳،

صفحه ۲۴۵-۲۳۶، ۱۳۹۶

ISSN: 1016-3255

Online ISSN: 2008-0883

DOI: 10.22063/JIPST.2017.1497

چکیده

در این مقاله، قانون تماس بین صفحه ساندویچی با هسته اسفنجی انعطاف‌پذیر و رویه کامپوزیتی با سمبه نیم‌کروی صلب با استفاده از روش تحلیلی-تجربی بررسی شد. به‌طور کلی، رابطه بین تغییرشکل و بار وارد شده به سازه به‌وسیله جسم خارجی، قانون تماس یا نفوذ نامیده می‌شود. در سازه‌های ساندویچی با توجه به انعطاف‌پذیری هسته و تفاوت زیاد مدول کشسانی بین رویه و هسته، به‌دست آوردن توزیع نیروی حاصل از تماس سمبه پیچیدگی‌های فراوانی دارد. در روش حاضر، با در نظر گرفتن رابطه توانی بین نیروی وارد شده به سازه و مقدار نفوذ سمبه، به همراه استفاده از نتایج تجربی حاصل از آزمون نفوذ بر سازه ساندویچی، توزیع نیرو محاسبه شده است. با توجه به توزیع نیروی به‌دست آمده و استفاده از حل مرتبه بالای سازه‌های ساندویچی، تغییرشکل ورق ساندویچی زیر بارگذاری ایستا (خمش) محاسبه شد. در این حل، رویه‌ها براساس فرض‌های نظری مرتبه اول برشی و هسته به شکل جسم سه‌بعدی که می‌تواند در راستای ضخامت فشرده شود، مدل‌سازی شدند. در بخش تجربی، ابتدا آزمون نفوذ و سپس آزمون خمش روی نمونه‌ها انجام شد. در آزمون نفوذ، نمونه‌ها با قرار گرفتن روی تکیه‌گاه صلب، بارگذاری شدند تا سازه تغییرشکل کلی نداشته باشد و مقدار جابه‌جایی نوک سمبه برابر با مقدار نفوذ باشد. در آزمون خمش، شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در نظر گرفته شد و نیرو به‌وسیله سمبه‌ای صلب نیم‌کروی در وسط ورق وارد شد. نمونه‌های ساندویچی بررسی شده دارای رویه‌های از جنس کامپوزیت شیشه-اپوکسی و هسته از جنس اسفنج استیرن-آکریلونیتریل بودند. مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی نشان داد، استفاده از توزیع نیروی به‌دست آمده می‌تواند موجب افزایش قابل توجه دقت پیش‌بینی نتایج برای محاسبه تغییرشکل سازه ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر تحت بارگذاری ایستا شود.

واژه‌های کلیدی

قانون تماس،

صفحه ساندویچی،

نفوذ،

کامپوزیت شیشه-اپوکسی،

اسفنج آکریلونیتریل

* مسئول مکاتبات، پیام‌نگار:

s.dariushi@ippi.ac.ir

مقدمه

سازه‌های ساندویچی به علت سفتی و مقاومت ویژه زیاد، عایق بودن نسبی در برابر گرما و صدا، قابلیت ساخت و پایداری مناسب، در صنایع مختلف کاربردهای فراوانی یافته‌اند [۱]. به‌طور کلی، ساختار سازه‌های ساندویچی از رویه بالایی، هسته و رویه پایینی تشکیل می‌شود. معمولاً نسبت ضخامت هسته به رویه در سازه‌های ساندویچی زیاد است که این موضوع موجب افزایش استحکام خمشی بدون افزایش درخور توجه وزن سازه می‌شود [۲]. رویه‌ها از موادی با سفتی و استحکام زیاد مانند فلزات یا مواد مرکب الیافی ساخته می‌شوند، اما هسته‌ها عموماً دارای چگالی کم و سفتی کمتری نسبت به رویه‌ها هستند و معمولاً از جنس لانه زنبوری‌های آلومینیمی یا نامکس، اسفنج‌های پلیمری و چوب بالسا انتخاب می‌شوند [۳]. سفتی هسته در راستای عمود بر رویه‌ها باید به اندازه‌ای باشد که بتواند رویه‌ها را در فاصله طراحی شده نگه دارد و سفتی خمشی کلی سازه را تأمین کند. استحکام برشی هسته نیز باید به اندازه کافی زیاد باشد تا هنگام خمش سازه، رویه‌ها نسبت به یکدیگر لغزش نداشته باشند، در غیر این صورت خاصیت ساندویچ بودن از بین می‌رود و رویه‌ها مانند تیر یا ورق‌های مجزا عمل می‌کنند [۴]. سازه‌های ساندویچی در کاربردهای متفاوت، زیر بارهای مختلف از جمله بارهای محلی ناشی از تماس یا برخورد جسمی دیگر قرار می‌گیرند. از این رو، پژوهش‌های بسیاری در زمینه تحلیل بارهای تماسی انجام شده است که به شکل ایستا یا ضربه به سازه ساندویچی اعمال می‌شوند [۵-۹]. نحوه توزیع نیروی حاصل از برخورد کشسان بین دو جسم همسانگرد با یکدیگر به‌طور متداول از قانون تماس هرتز محاسبه می‌شود. این قانون براساس ناحیه تماس، مدول کشسانی دو جسم و مقدار نفوذ، توزیع نیرو و تنش بین دو جسم را تخمین می‌زند [۱۰]. از سال ۱۸۸۲ که قانون تماس هرتز ارائه شد تاکنون، پژوهشگران بسیاری برای به‌دست آوردن و معرفی روش‌های دقیق‌تر تلاش کرده‌اند و موفقیت‌های چشمگیری نیز در این راه به‌دست آمده است، اما به دلیل سادگی و سهولت استفاده، قانون هرتز هنوز در حل مسائل مهندسی کاربردهای بسیاری دارد [۱۱-۱۴]. از مشکلات اصلی قانون هرتز نداشتن قابلیت مدل‌سازی مواد ناهمسانگرد، مواد چندلایه و تغییرات مدول کشسانی در ضخامت نمونه است. هر چند تخمین‌هایی برای استفاده از قانون هرتز در این موارد ارائه شده است، اما بررسی‌ها نشان داده‌اند، در سازه‌های ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر اختلاف چشمگیری بین نتایج تجربی و نتایج حاصل از قانون تماس هرتز مشاهده می‌شود [۶]. از این رو، پژوهشگران به اصلاح قانون هرتز یا ارائه روش حل‌های جایگزین برای قانون تماس

بین جسم صلب و سازه ساندویچی پرداختند [۱۷-۱۵] که در ادامه به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود.

Abot و همکاران [۱۸] با روش تجربی و تحلیلی رفتار تماسی تیرهای ساندویچی را با هسته اسفنج PVC بررسی کردند. تمام اجزای سازه ساندویچی شامل رویه‌های کامپوزیتی به تنهایی، رویه متصل به اسفنج و سازه ساندویچی کامل شامل دو رویه بالایی و پایینی و هسته، مورد آزمون شناسایی و خواص مکانیکی قرار گرفتند و نتایج این آزمون‌ها در روابط تحلیلی استفاده شد. در بخش تحلیلی در قسمت کشسان خطی از نظریه وینکلر و در بخش غیرخطی از نتایج آزمون‌ها برای پیش‌بینی رفتار تماسی استفاده شد.

Sburlati [۱۹] نفوذ ضربه‌زن صلبی را مطالعه کرد که روی ورق ساندویچی سقوط کرده و با آن برخورد می‌کند. ضربه‌زن‌ها به دو شکل استوانه‌ای و سرتخت بودند و شرایط مرزی ورق‌های ساندویچی دایره‌ای به شکل تکیه‌گاه ساده و گیردار تعیین شده بود. با در نظر گرفتن چگونگی توزیع فشار ناشی از تماس سمبه روی محیط نیمه بی‌نهایت و تلفیق آن با نظریه کلاسیک ورق‌های ساندویچی، رابطه نیرو-نفوذ به‌دست آمده است.

سعادت و صدیقی [۲۰، ۲۱] نفوذ روی تیر و ورق‌های ساندویچی را با استفاده از نظریه مرتبه بالای سازه ساندویچی بررسی کردند. آن‌ها با مدل‌سازی رویه‌ها با استفاده از نظریه کلاسیک و در نظر گرفتن هسته به‌عنوان جسم کشسان سه‌بعدی، روابط نیرو-جابجایی را استخراج کردند. قانون تماس برای دو حالت تکیه‌گاه صلب و ساده به‌دست آمده و نتایج تحلیلی با نتایج آزمون‌هایی مقایسه شدند که روی تیر و ورق‌های ساندویچی با رویه شیشه-اپوکسی و هسته اسفنج پلی‌یورتانی انجام شده است.

Pitarresi و Amorim [۲۲] روشی را برای تحلیل نفوذ در تیر ساندویچی تحت بار متمرکز ارائه کردند. در این روش، تحلیلی که براساس نظریه وینکلر یا همان تیر (رویه) را روی بستر کشسان (هسته) بنا شده است، با فرض رفتار کشسان-کاملاً پلاستیک، دوخطی یا دوخطی-کاملاً پلاستیک برای هسته، نتایج استخراج شد. مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی نشان داد، فرض رفتار دوخطی برای هسته‌های اسفنجی دقت مدل را به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد.

Xie و همکاران [۲۳] رفتار محلی نفوذ سمبه کروی و سرتخت را در تیرهای ساندویچی با هسته اسفنج فلزی بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از اصل کمترین انرژی پتانسیل، معادله‌های مربوط به نیرو و جابه‌جایی نوک سمبه را محاسبه کردند. برای بررسی صحت نتایج تحلیلی به‌دست آمده، شبیه‌سازی نرم‌افزاری با استفاده از نرم‌افزار Abaqus انجام شد. هم‌خوانی مناسب نتایج مربوط به رابطه نیرو-

$$F(t) = K(\alpha(t))^n \quad (1)$$

در این معادله، K ضریب سفتی تماس و α مقدار نفوذ ضربه‌زن در لحظه t است. در قانون تماس هرتز توان n برابر با $1/5$ فرض شده و ضریب K برای تماس سمبه کروی صلب با جسم چندلایه از معادله (۲) به دست می‌آید:

$$K = \frac{4}{3} E \sqrt{R}, \quad \frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_t^2}{E_t} + \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} \quad (2)$$

در این معادله، R شعاع سمبه یا ضربه‌زن، E_t و ν_t مدول کشسانی و ضریب پواسون لایه بالایی و E_p و ν_p مدول کشسانی و ضریب پواسون سمبه یا ضربه‌زن هستند. از آنجا که E_p به‌طور معمول بسیار بزرگ‌تر از E_t است، معمولاً از پارامتر مربوط به سمبه صرف‌نظر می‌شود [۱۰]. به‌طور کلی، قانون تماس هرتز در حالت ایستا و بدون در نظر گرفتن اثر سرعت کرنش استخراج شده است. این قانون برای موادی که رفتار آن‌ها به سرعت کرنش وابستگی زیادی ندارد در بارگذاری ضربه هم قابل استفاده است.

در قانون تماس هرتز هنگامی که سمبه یا ضربه‌زن کروی با صفحه برخورد می‌کند، نیرو با فرض توزیع سهمی محاسبه شده و در نقطه تماس وارد می‌شود. در واقع در قانون تماس هرتز، کل بار به‌طور متمرکز در اولین نقطه تماس یا همان نقطه مرکز ناحیه تماس اعمال می‌شود. در حالی که در عمل مانند آنچه در شکل ۱ نشان داده شده، تمام نقاط ضربه‌زن که در تماس با نمونه هستند، توزیع گسترده‌ای از بار را به‌وجود می‌آورند.

با انجام آزمون فشاری روی سازه مطالعه شده، در حالی که کل سازه روی تکیه‌گاه صلب قرار گرفته است، می‌توان رابطه بین نیروی وارد شده و نفوذ سمبه را به‌طور تجربی به دست آورد. با استفاده از معادله (۱) و رسم نمودار لگاریتمی F بر حسب α می‌توان ضریب K و توان n را با کمک نتایج تجربی به دست آورد:

$$\ln(F(t)) = n \ln(\alpha(t)) + \ln(K) \quad (3)$$

همان‌طور که در معادله (۳) نشان داده شده، نمودار $\ln(F(t))$ بر حسب $\ln(\alpha(t))$ دارای رابطه خطی بوده که شیب آن برابر با n و عرض از مبدأ آن برابر با $\ln(K)$ است. با عبور دادن خطی از مجموعه نقاط به دست آمده از نتایج تجربی، می‌توان این ثابت‌ها را برای هر نمونه دلخواهی تعیین کرد.

هنگامی که طول ناحیه تماس نسبت به اندازه ورق کوچک باشد،

جابه‌جایی و نیز شکل محل نفوذ، صحت نتایج به دست آمده را تأیید کرده است.

Olsson و McManus [۶] نفوذ سمبه‌ای متقارن محوری را در سازه ساندویچی با رویه کشسان و هسته کشسان-کاملاً پلاستیک روی تکیه‌گاه صلب تحلیل کردند. نتایج برای رویه‌های ناهمسانگرد گسترش داده و با نتایج تجربی مقایسه شدند که هم‌خوانی مناسبی را نشان دادند.

Ferri و Sankar [۲۴] در پژوهشی به این نتیجه دست یافتند که رابطه نیرو-نفوذ برای آزمون شبه‌ایستا و آزمون ضربه سرعت کم تا حد زیادی یکسان است. در نتیجه به‌جای مطالعه رفتار ضربه می‌توان رفتار مشابه آن را در حالت شبه‌ایستا بررسی کرد. در این مطالعه، آزمون نفوذ شبه‌ایستا با استفاده از سمبه فولادی با قطر $25/4$ mm و سرعت $1/2$ mm/min انجام شد. افزون بر این، Tan و Sun [۲۵] نشان دادند، نتایج به دست آمده از نفوذ سمبه صلب کروی در صفحه ساخته شده از جنس مواد مرکب، برای بررسی رفتار ضربه سرعت کم نیز قابل استفاده است. در این بررسی، آزمون ضربه سرعت کم روی ورق‌های کامپوزیتی گرافیت-اپوکسی به‌وسیله ضربه‌زن کروی با دو اندازه با قطرهای $12/7$ و $19/1$ mm انجام شده است.

در این مقاله، قانون تماس بین سمبه نیم‌کروی صلب و سازه ساندویچی با رویه‌هایی از جنس کامپوزیت شیشه-اپوکسی و هسته اسفنجی با استفاده از روش تحلیلی-تجربی بررسی شده است. استفاده از بار نقطه‌ای در تحلیل‌های ایستا و به‌کارگرفتن قانون تماس هرتز در تحلیل‌های ضربه موضوعی مرسوم به‌شمار می‌رود، در حالی که در هر دو حالت بیان شده به دلیل عدم تطابق توزیع نیروی واقعی و جابه‌جایی زیر سمبه یا ضربه‌زن، خطای قابل توجهی به مسئله وارد می‌شود [۶، ۱۰، ۲۶، ۲۷]. استفاده از سایر روش‌های تحلیلی که تاکنون توسط پژوهشگران ارائه شده است نیز به دلیل پیچیدگی و حجم زیاد محاسبات، عملاً بسیار دشوار است. اما، در روش حاضر فقط با انجام آزمون نفوذ و به‌کارگیری معادلات ساده و مشخص، می‌توان توزیع مناسبی از بار را در محل تماس ارائه کرد.

مدل تحلیلی

در سازه‌های ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر رابطه بین تغییر شکل و بار وارد شده به سازه، قانون تماس یا نفوذ نامیده می‌شود [۱۸]. البته در این حالت لازم است، رویه پایینی روی تکیه‌گاه‌ای صلب قرار گیرد. به‌طور کلی رابطه بین نیروی تماسی و نفوذ سمبه یا ضربه‌زن در ورق ساندویچی را می‌توان به شکل رابطه توانی به شکل معادله (۱) نوشت [۱۰]:

حال می‌توان معادله (۴) را که توزیع بار در نقاط مختلف ناحیه تماس نشان می‌دهد، به شکل معادله (۸) برحسب مقدار نفوذ بیشینه (α_0) نوشت:

$$q(x, y, t) = \frac{3}{2\pi} K \alpha_0^n \left[1 - \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{\alpha_0(2R-\alpha_0)} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{\alpha_0(2R-\alpha_0)} \right] \quad (8)$$

از آنجا که مقدار نفوذ بیشینه برای سازه ساندویچی، در هر لحظه برابر با اختلاف جابه‌جایی سمبه (W_p) و جابه‌جایی رویه بالایی (W_l) در زیر نقطه تماس سمبه و سازه ساندویچی است. مقدار نفوذ برحسب این متغیرها به شکل معادله (۹) به‌دست می‌آید:

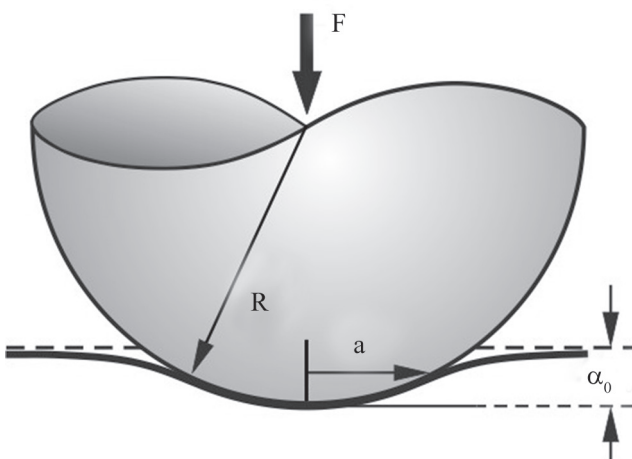
$$\alpha_0(t) = w_p(t) - w_l(x_0, y_0, t) \quad (9)$$

برای به‌دست آوردن کار حاصل از نیروی خارجی باید نیروی وارد بر هر نقطه از ناحیه تماس در مقدار نفوذ ضربه‌زن در همان نقطه ضرب شود. با توجه به هندسه مسئله (شکل ۲) مقدار نفوذ در هر نقطه از ناحیه تماس به شکل معادله (۱۰) محاسبه می‌شود:

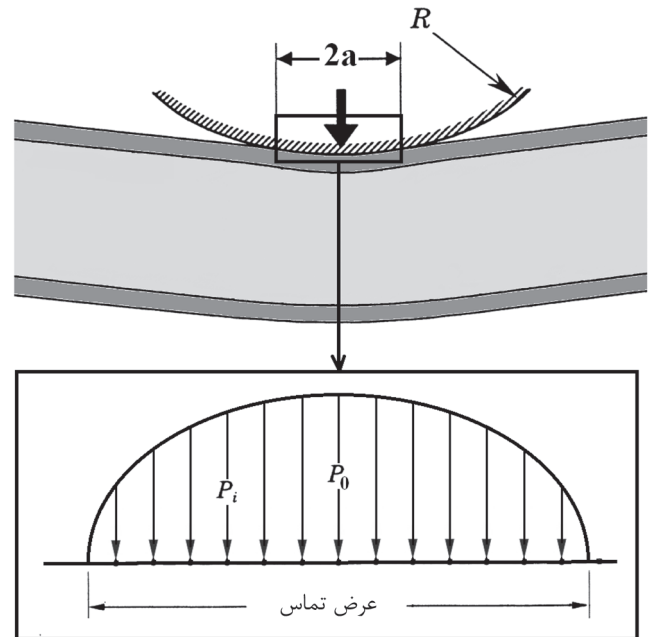
$$\alpha(x, y, t) = \alpha_0(t) - R + \sqrt{R^2 - (x-x_0)^2 - (y-y_0)^2} \quad (10)$$

$$W = \int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} q(x, y, t) \alpha(x, y, t) dy dx \quad (11)$$

انرژی پتانسیل کل (II) از دو بخش انرژی کرنشی (U) و کار نیروهای خارجی (W) تشکیل می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، به راحتی می‌توان کار حاصل از نیروی خارجی را از معادله (۱۱) محاسبه



شکل ۲- تماس ضربه‌زن نیم‌کروی و صفحه صاف.



شکل ۱- توزیع فشار در ناحیه تماس.

می‌توان توزیع نیرو در ناحیه تماس را سهمی شکل فرض کرد [۲۸، ۲۹] و در نتیجه آن را به شکل معادله (۴) نوشت:

$$q(x, y, t) = P_0(t) \left[1 - \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{a(t)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

در این معادله، x و y نقاط واقع در ناحیه تماس، x_0 و y_0 مختصات مرکز ناحیه تماس، $a(t)$ شعاع ناحیه تماس در لحظه t و $P_0(t)$ نیروی بیشینه‌ای است که در لحظه t در مرکز ناحیه تماس وارد می‌شود. با توجه به شکل ۲ می‌توان مقدار شعاع تماس را برحسب شعاع سمبه (R) و مقدار نفوذ بیشینه (α_0) به شکل معادله (۵) محاسبه کرد:

$$\alpha = \sqrt{\alpha_0(2R - \alpha_0)} \quad (5)$$

با توجه به اینکه مجموع نیروهای وارد شده بر جسم در ناحیه تماس باید با بار خارجی وارد شده، برابر باشد، در نتیجه با انتگرال‌گیری از معادله (۴) در ناحیه تماس و برابر قرار دادن آن با معادله تجربی به‌دست آمده از معادله‌های (۱) و (۳) می‌توان مقدار نیروی بیشینه (P_0) را به‌دست آورد:

$$\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} q(x, y, t) dy dx = F(t) \quad (6)$$

$$\frac{2\pi\alpha^2}{3} P_0(t) = F(t) \Rightarrow P_0(t) = \frac{2}{2\pi\alpha^2} K \alpha_0^n \quad (7)$$

موجود است، به خواص مکانیکی لایه‌های تشکیل دهنده رویه مربوط می‌شوند. مؤلفه‌های تغییر مکان عمودی و صفحه‌ای در هسته، به ترتیب چندجمله‌ای‌هایی از مرتبه دو و سه به شکل زیر فرض می‌شوند [۳۱]:

$$w^c(x, y, z) = w_0^c(x, y) + w_1^c(x, y)z_c + w_2^c(x, y)z_c^2 \quad (20)$$

$$u^c(x, y, z) = u_0^c(x, y) + \phi_0^c(x, y)z_c + u_2^c(x, y)z_c^2 + u_3^c(x, y)z_c^3 \quad (21)$$

$$v^c(x, y, z) = v_0^c(x, y) + \psi_0^c(x, y)z_c + v_2^c(x, y)z_c^2 + v_3^c(x, y)z_c^3 \quad (22)$$

در این معادله‌ها، بالانویس c نشان دهنده هسته و بالانویس 0 و 1 و 2 و 3 به ترتیب جابه‌جایی عمودی و داخل صفحه‌ای در جهت x و y هستند. ϕ_0 و ψ_0 شیب صفحه میانی در جهت‌های x و y است. سایر ضرایب $(w_2, w_1, u_3, u_2, v_3, v_2)$ ، ضرایب مجهولی هستند که با استفاده از سازگاری تغییر مکان‌ها در فصل مشترک رویه بالایی و پایینی با هسته محاسبه می‌شوند. روابط سینماتیکی هسته نیز از معادله‌های زیر به دست می‌آید. با جایگزینی معادله‌های (۲۰) تا (۲۲) در روابط سینماتیکی هسته، کرنش‌ها برحسب متغیرهای مستقل (تغییر مکان‌ها و دوران‌ها) محاسبه می‌شوند:

$$\varepsilon_{zz}^c = w_{,z}^c \quad (23)$$

$$\gamma_{xz}^c = \frac{1}{2}(u_{,z}^c + w_{,x}^c) \quad (24)$$

$$\gamma_{yz}^c = \frac{1}{2}(v_{,z}^c + w_{,y}^c) \quad (25)$$

رابطه بین کرنش و تنش برای هسته‌های اسفنجی همسانگرد از معادلات زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_{zz}^c = E\varepsilon_{zz}^c \quad \tau_{xz}^c = G\gamma_{xz}^c \quad \tau_{yz}^c = G\gamma_{yz}^c \quad (26)$$

در نتیجه، با استفاده از معادله‌های بالا می‌توان کلیه مقادیر تنش‌ها و کرنش‌های موجود در معادله انرژی کرنشی (۱۲) را برحسب تغییر مکان‌ها و دوران‌ها محاسبه کرد. حال با جاگذاری معادله‌های (۱۱) و (۱۲) در معادله (۱۳) انرژی پتانسیل کل سازه محاسبه می‌شود.

$$\Pi = U + W \quad (27)$$

کرد. برای محاسبه انرژی کرنشی سازه ساندویچی که از مجموع انرژی رویه بالایی و پایینی و هسته تشکیل می‌شود، نیز می‌توان از معادله (۱۲) استفاده کرد. در این مدل از لایه چسب، که موجب اتصال رویه‌ها به هسته می‌شود، صرف نظر شده است:

$$U = \int_{V_t} \left(\frac{1}{2} \sigma_{xx}^t \varepsilon_{xx}^t + \frac{1}{2} \sigma_{yy}^t \varepsilon_{yy}^t + \tau_{xy}^t \gamma_{xy}^t \right) dv_t + \int_{V_c} \left(\frac{1}{2} \sigma_{zz}^c \varepsilon_{zz}^c + \frac{1}{2} \tau_{yz}^c \gamma_{yz}^c + \tau_{xz}^c \varepsilon_{xz}^c \right) dv_c + \int_{V_b} \left(\frac{1}{2} \sigma_{xx}^b \varepsilon_{xx}^b + \frac{1}{2} \sigma_{yy}^b \varepsilon_{yy}^b + \tau_{xy}^b \gamma_{xy}^b \right) dv_b \quad (12)$$

در معادله (۱۲)، σ و ε به ترتیب نشان دهنده تنش و کرنش عمودی، τ و γ به ترتیب معرف تنش و کرنش برشی و بالانویس t و b نشان دهنده رویه بالایی و پایینی است. برای محاسبه انرژی کرنشی برحسب جابه‌جایی‌ها، جابه‌جایی در رویه بالایی و پایینی براساس فرض‌های نظریه مرتبه اول برشی به شکل معادلات زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u^{t,b}(x, y, z) = u_0^{t,b}(x, y) + z\phi_0^{t,b}(x, y) \quad (13)$$

$$v^{t,b}(x, y, z) = v_0^{t,b}(x, y) + z\psi_0^{t,b}(x, y) \quad (14)$$

$$w^{t,b}(x, y, z) = w_0^{t,b}(x, y) \quad (15)$$

u_0, v_0, w_0 به ترتیب جابه‌جایی نقاط صفحه میانی در جهت‌های x، y و z هستند و ϕ_0 و ψ_0 نیز به ترتیب دوران حول محورهای x و y هستند. در نتیجه، روابط سینماتیکی رویه‌ها به شکل معادله (۱۶) است:

$$\varepsilon_{xx}^{t,b} = u_{0,x}^{t,b} + z\phi_{0,x}^{t,b} \quad (16)$$

$$\varepsilon_{yy}^{t,b} = v_{0,y}^{t,b} + z\psi_{0,y}^{t,b} \quad (17)$$

$$\gamma_{xy}^{t,b} = \frac{1}{2}(u_{0,y}^{t,b} + v_{0,x}^{t,b}) + \frac{1}{2}(\phi_{0,y}^{t,b} + \psi_{0,x}^{t,b}) \quad (18)$$

رابطه بین کرنش و تنش برای رویه‌های کامپوزیتی از معادلات زیر به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^{t,b} \\ \sigma_{yy}^{t,b} \\ \sigma_{xy}^{t,b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^{t,b} & \bar{Q}_{12}^{t,b} & \bar{Q}_{16}^{t,b} \\ \bar{Q}_{12}^{t,b} & \bar{Q}_{22}^{t,b} & \bar{Q}_{26}^{t,b} \\ \bar{Q}_{16}^{t,b} & \bar{Q}_{26}^{t,b} & \bar{Q}_{66}^{t,b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^{t,b} \\ \varepsilon_{yy}^{t,b} \\ \varepsilon_{xy}^{t,b} \end{bmatrix} \quad (19)$$

در معادله (۱۹)، Q_{ij} ها مؤلفه‌های ماتریس سفتی هستند که با توجه به معادله‌های که در کتاب‌های مرجع کامپوزیت (برای مثال مرجع ۳۰)

هسته اسفنجی با شکل‌پذیری و مقاومت در برابر خرابی بسیار زیاد نوع Core-cell A-1200 بود و از نظر پایداری در برابر عوامل محیطی، مقاومت زیادی در برابر گرما و مواد شیمیایی نشان داد. به دلیل کوچک‌بودن اندازه سلول‌ها، جذب رزین حین ساخت سازه‌های ساندویچی بسیار کم است که این موضوع باعث کاهش وزن و قیمت سازه ساخته شده می‌شود. از نظر سازگاری با سایر مواد، برای استفاده با انواع رزین‌های پلی‌استر، وینیل استر و اپوکسی مناسب بوده و همین مسئله کاربرد این اسفنج را در ساخت سازه‌های ساندویچی به‌شدت افزایش داده است. این اسفنج سلول‌بسته، پیش از شکست می‌تواند تا ۶۵٪ در بارهای برشی افزایش طول داشته باشد که این موضوع تا حد زیادی از پارگی برشی هسته در سازه ساندویچی جلوگیری می‌کند. آزمون‌های تجربی نشان می‌دهد، رفتار آن در مقایسه با PVC معمولی و چوب بالسا در بارگذاری‌های پویا بسیار بهتر است. خواص مکانیکی هریک از مواد به‌کار گرفته شده، در جدول ۱ آمده است.

روش‌ها

برای ساخت نمونه‌های ساندویچی و انجام آزمون‌های عملی، ابتدا ورق ساندویچی اصلی ساخته شد. سپس، نمونه‌ها به شکل ورق برای انجام آزمون‌ها، با ابعاد ۱۲×۲۱۲ cm به‌وسیله اره ویژه‌ای بریده شدند. برای ساخت ورق ساندویچی، ابتدا رویه‌های کامپوزیتی تهیه شدند. سپس، این رویه‌ها با استفاده از لایه چسبی روی هسته چسبانده شدند. برای این کار از لایه‌های شیشه-اپوکسی پیش‌آغشته استفاده شد. لایه‌ها طبق لایه‌چینی از پیش طراحی شده به شکل [۰/۹۰/۹۰/۰/۰/۹۰/۹۰/۰] روی یکدیگر چیده شدند. پس از لایه‌چینی، مجموعه در زیر پارچه داکرون و بریدر قرار گرفت. سپس کل مجموعه به‌طور کامل در زیر کیسه خلأ قرار داده شد و با فشار خلأ حدود ۱ bar هوای موجود در زیر کیسه خلأ تخلیه شد. نمونه به‌مدت ۳ h در دمای ۱۲۰°C و فشار ۶ bar داخل اتوکلاو قرار گرفت. لایه کامپوزیتی به‌دست آمده دارای

جدول ۱- خواص مکانیکی مواد اولیه.

| لایه‌های کامپوزیتی پیش‌آغشته | هسته اسفنجی |
|--------------------------------------|---|
| $E_1 = 9/48 \text{ GPa}$ | $E = 217 \text{ MPa}$ $G = 76 \text{ MPa}$ |
| $E_2 = E_3 = 5/5 \text{ GPa}$ | |
| $G_{12} = G_{13} = 55/5 \text{ GPa}$ | |
| $G_{23} = 5 \text{ GPa}$ | |
| $\nu_{12} = \nu_{13} = 33/0$ | |
| $\nu_{23} = 0.371/0$ | |

برای کمینه‌کردن انرژی پتانسیل کل (Π) نسبت به متغیرهای مستقل یعنی جابه‌جایی‌ها، از معادله (۲۸) استفاده می‌شود:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial W}{\partial q_i} = 0 \quad (28)$$

در این حالت به منظور اجرای روش ریتز، جابه‌جایی‌ها را می‌توان با فرض شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده به صورت توابع مثلثاتی که شرایط مرزی هندسی را برآورده می‌کند، به شکل زیر در نظر گرفت:

$$\{u_0^{t,b,c}(x,y), \phi_0^{t,b,c}(x,y)\} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{U_{mn}^{t,b,c}, \Phi_{mn}^{t,b,c}\} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (29)$$

$$\{v_0^{t,b,c}(x,y), w_0^{t,b,c}(x,y), \psi_0^{t,b,c}(x,y)\} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{V_{mn}^{t,b}, W_{mn}^{t,b}, \Psi_{mn}^{t,b}\} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (30)$$

در این حالت، دستگاه معادلات نهایی به‌دست آمده از معادله (۲۸) خطی بوده و به راحتی قابل حل است:

$$[K]\{q_i\} - [F] = 0 \quad (31)$$

در این معادله، $[K]$ ماتریس ضرایب خطی بوده که فقط شامل ضرایب عددی است و می‌توان آن را معکوس کرد. در نتیجه، حل معادله به شکل معادله (۳۲) انجام شود:

$$\{q_i\} = [K]^{-1}[F] \quad (32)$$

در این معادله، $[K]^{-1}$ ماتریس معکوس ماتریس ضرایب $[K]$ است. این معادله مقادیر تمام متغیرهای مستقل q_i را به‌دست می‌دهد. سپس، با جاگذاری مقادیر محاسبه شده و انجام عملیات ریاضی جابه‌جایی‌ها، تنش‌ها و کرنش‌ها در هر نقطه به‌دست می‌آیند.

تجربی

مواد

مواد به‌کار رفته برای ساخت نمونه‌ها شامل لایه‌های کامپوزیتی پیش‌آغشته تک‌جهتی نوع S2-glass/FM94 Epoxy و نوعی هسته اسفنجی استیرن-آکریلونیتریل (SAN) به ضخامت ۱۰ mm بود.

نتایج می‌شود. برای تأمین فشار لازم، نمونه به مدت 24 h در دمای محیط و زیر فشار 1 bar داخل اتوکلاو قرار گرفت. پس از انجام مراحل پخت، ورق ساندویچی ساخته شده به شکل صفحه‌های با ابعاد 12x212 cm به وسیله اره ویژه‌ای برش داده شد.

آزمون‌ها

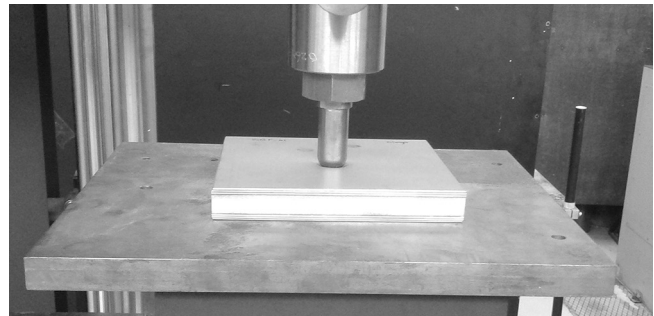
ابتدا، آزمون نفوذ و سپس آزمون خمش روی نمونه‌ها انجام شد. در آزمون نفوذ، نمونه‌ها با قرار گرفتن روی تکیه‌گاه صلب، تحت بارگذاری قرار گرفتند تا سازه تغییرشکل کلی نداشته باشد و بتوان مقدار جابه‌جایی نوک سمبه را برابر با مقدار نفوذ در نظر گرفت. شکل ۳-الف بارگذاری آزمون نفوذ را روی یکی از نمونه‌ها نشان می‌دهد. در آزمون خمش، شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده با قرار گرفتن نمونه روی ورق فولادی ایجاد شد که دارای سوراخی مربع‌شکل با ابعاد 10x210 cm در وسط بود (شکل ۳-ب). در همه آزمون‌ها، بار شبه‌ایستا با سرعت 5 mm/min به وسیله سمبه فولادی با سر نیم‌کروی به قطر 16 mm بر وسط نمونه‌ها وارد و نتایج آزمون به شکل نمودارهای نیرو-جابه‌جایی رسم شد. همچنین، برای هر آزمون، سه نمونه ساخته و بررسی شدند تا تکرارپذیری نتایج نیز ارزیابی شده باشد.

نتایج و بحث

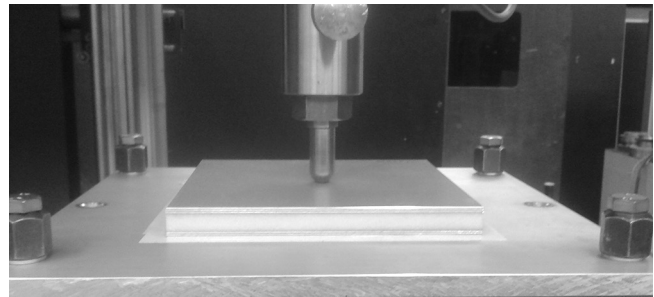
نتایج مربوط به آزمون نفوذ روی ورق‌های ساندویچی با تکیه‌گاه صلب و نیز آزمون خمش روی ورق‌های با تکیه‌گاه ساده به شکل نمودار نیرو-تغییرشکل تا حد شکست نهایی در شکل ۴ رسم شده است. همان‌طور که اشاره شد، هر آزمون حداقل روی سه نمونه مشابه انجام شد. نتایج مربوط به هر یک از نمونه‌ها در بخش کشسان کاملاً مشابه و منطبق بر یکدیگر بود. اما در بخش شکست، تفاوت‌هایی با یکدیگر نشان می‌داد که در این بخش یکی از نمودارها انتخاب و در مقاله ارائه شد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در آزمون نفوذ به دلیل نبود تغییرشکل کلی، سفتی سازه افزایش یافته است و به دلیل محلی شدن تمرکز بار شکست اولین لایه در تغییرشکل کوچک‌تری اتفاق می‌افتد. همان‌طور که در بخش تحلیلی توضیح داده شد، می‌توان از نتایج به‌دست آمده در آزمون ایستا روی ورق‌های ساندویچی با تکیه‌گاه صلب برای محاسبه رابطه نفوذ استفاده کرد. اگر نمودار نیرو برحسب مقدار نفوذ سمبه در نمونه یا همان تغییرشکل ورق در زیر محل بارگذاری در دستگاه لگاریتمی رسم شود، نمودار خطی به‌دست می‌آید که شیب آن برابر با n و عرض از مبدأ آن برابر با $\ln(K)$ است.

ضخامت نهایی 1/2 mm بود.

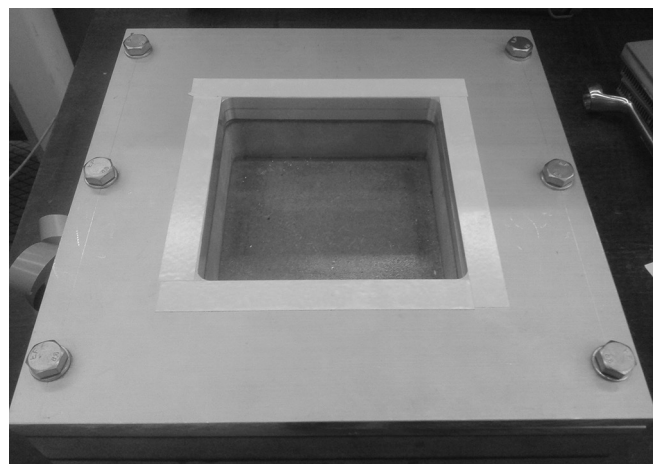
برای اتصال رویه‌ها به هسته اسفنجی از چسب اپوکسی 3M Scotch-Weld™ 2216 B/A استفاده شد. این چسب که ویژه چسباندن رویه به هسته در سازه‌های ساندویچی بود، در برابر بارهای برشی بسیار مقاوم است و در دمای محیط و زیر فشار 1 bar پخت می‌شود. در استفاده از چسب مایع باید به این نکته دقت کرد که پخش یکنواخت چسب در بین رویه و هسته اهمیت بسیار زیادی دارد، زیرا تجمع یا کمبود چسب در نقطه‌ای موجب ایجاد خطا در



(الف)



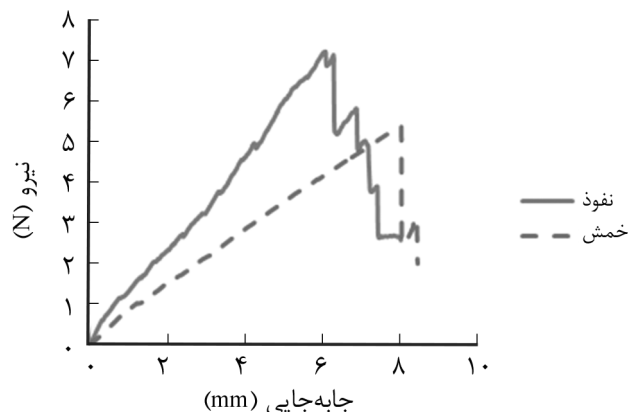
(ب)



(ج)

شکل ۳- ورق ساندویچی زیر بارگذاری ایستا: (الف) آزمون نفوذ، (ب) آزمون خمش و (ج) ورق فولادی سوراخ‌دار (تکیه‌گاه).

نیرو-جاب‌جایی برای حالت کشسان با استفاده از نیروی گسترده و جاب‌جایی متناسب با نیرو در هر نقطه که از روش پیشنهادی گفته شده به دست آمده، محاسبه و به‌عنوان روش تحلیلی A1 در شکل ۶ نشان داده شده است. این نمودار برای حالت معمول در اغلب روش‌های تحلیلی در آن‌ها که کل نیرو در یک نقطه در وسط صفحه متمرکز فرض می‌شود، نیز محاسبه و در شکل ۶ به‌عنوان روش تحلیلی A2 ارائه شده است. در روش تحلیلی A2 نیروی خارجی به شکل متمرکز در وسط ورق فرض می‌شود که مقدار آن برابر با $F = K(\alpha)^n$ است. البته مقادیر K و n با توجه به روش تجربی ارائه شده به دست آمده و همان مقادیر موجود در شکل ۵ استفاده شده است. مقدار خطای روش تحلیلی A1، ۷٪ و مقدار خطای روش تحلیلی A2، ۱۴٪ است. خطای هر یک از روش‌ها به شکل بیشینه اختلاف بین نیروی تجربی و نیروی به دست آمده از روش تحلیلی تقسیم بر نیروی تجربی در آن نقطه محاسبه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، استفاده از توزیع گسترده دقت پیش‌بینی نتایج را به‌طور قابل ملاحظه‌ای افزایش داده است. در شکل ۷ نمونه‌ها پس از آزمون‌های نفوذ و خمش نشان داده شده‌اند. با مقایسه شکل‌های ۷ و ۴ می‌توان نتیجه گرفت، اولین شیوه خرابی در هر دو نمونه لهیدگی هسته در زیر سمبه است که موجب بروز رفتار غیرخطی در نمودار شده است. طبق مشاهدات انجام شده اولین افت مربوط به له‌شدگی کامل هسته و سپس شکست تعدادی از لایه‌های کامپوزیتی رویه است (خطوط برشی که در شکل ۷ دیده می‌شود). ناحیه سفیدشدگی که در اطراف محل بارگذاری وجود دارد، مربوط به جدایش لایه‌های کامپوزیتی رویه بالایی از یکدیگر (لایه له‌شدگی یا ورقه‌ای شدن) است [۲۴]. همان‌طور که در شکل ۴ به‌وضوح مشخص است، تعداد افت‌های موجود در نمودار (شکست لایه‌ها) در آزمون نفوذ بسیار بیشتر بوده و این موضوع موجب پارگی کامل رویه

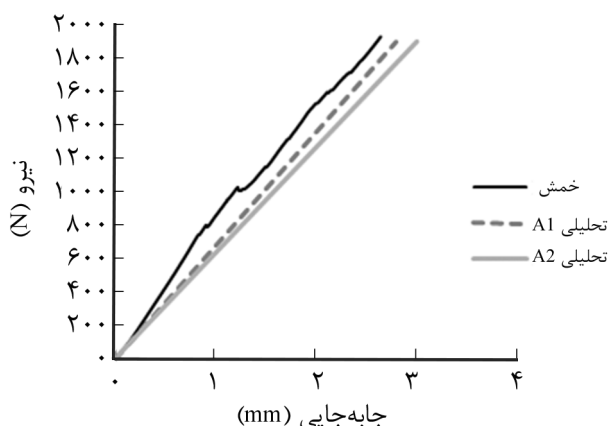


شکل ۴- نمودار نیرو-جاب‌جایی برای ورق ساندویچی در آزمون نفوذ و خمش.

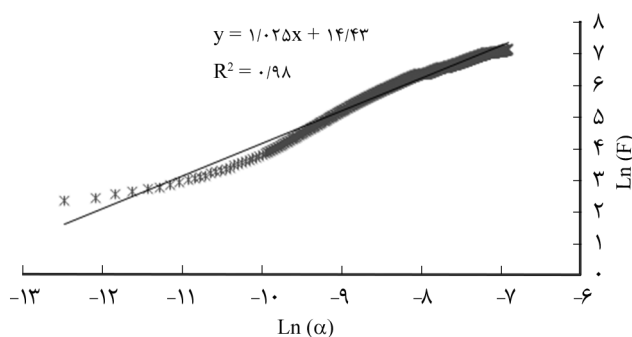
بخش کشسان نمودار نفوذ موجود در شکل ۴ در نمودار جداگانه‌ای با مقیاس لگاریتمی رسم شد و معادله خط راستی به دست آمد که به بهترین نحو و با کمترین ضریب تعیین (R^2) از میان این نقاط عبور می‌کند. تصویر خط، معادله آن و ضریب تعیین داده‌ها در شکل ۵ نشان داده شده است. بدین ترتیب، ضریب و توان قانون نفوذ با استفاده از روش تجربی استخراج شد. مراحل انجام شده برای تعیین توزیع بار در محل تماس به اختصار به شرح زیر است:

- ۱- فرض رابطه توانی بین نیرو و نفوذ به شکل معادله (۱) [۱۰]،
- ۲- انجام آزمون نفوذ و محاسبه ضرایب n و K در معادله (۱)،
- ۳- محاسبه مقدار نفوذ بیشینه در هر لحظه از معادله (۹)،
- ۴- محاسبه شعاع ناحیه تماس در هر لحظه از معادله (۵)،
- ۵- محاسبه نیروی معادله در هر لحظه از معادله (۷) و
- ۶- محاسبه توزیع نیرو در هر لحظه و هر مکان دلخواه (x,y) از معادله (۴).

سپس با استفاده از معادله‌های ارائه شده در بخش تحلیلی، نمودار



شکل ۶- نمودار مقایسه‌ای نیرو-جاب‌جایی نتایج تجربی و تحلیلی.



شکل ۵- نتایج تجربی نیرو-جاب‌جایی در آزمون نفوذ در دستگاه مختصات لگاریتمی.

تکیه‌گاه صلب در زیر نمونه، امکان تغییر شکل کلی نمونه وجود ندارد و کل جابه‌جایی مربوط به نفوذ سمبه است [۲۹]، اما در آزمون خمش به دلیل خالی بودن زیر نمونه، قابلیت تغییر شکل کلی نمونه وجود دارد. از این رو، جابه‌جایی سمبه به دو بخش نفوذ در نمونه و تغییر شکل کلی نمونه تقسیم می‌شود، در نتیجه خرابی به وجود آمده در نمونه کمتر است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش تحلیلی-تجربی برای محاسبه توزیع نیروی حاصل از نفوذ سمبه صلب کروی در ورق ساندویچی با رویه کامپوزیتی ارائه شد. در این نوع مسائل، استفاده از بار نقطه‌ای در تحلیل‌های ایستا و به‌کارگرفتن قانون تماس هرگز در تحلیل‌های ضربه روشی مرسوم به‌شمار می‌آید، در حالی که در هر دو حالت بیان شده به دلیل عدم تطابق توزیع نیروی واقعی و جابه‌جایی زیر سمبه یا ضربه‌زن، خطای قابل توجهی به مسئله وارد می‌شود. این روش به نسبت روش‌های عددی ساده‌تر است که نیازمند حل معادلات و برنامه‌نویسی پیچیده و زمان‌بری هستند. در روش حاضر فقط با انجام آزمون نفوذ و به‌کارگیری معادله‌های ساده و مشخص، می‌توان توزیع مناسبی از بار را در محل تماس ارائه کرد. در روش ارائه شده در این مقاله افزون بر در نظر گرفتن توزیع گسترده نیرو در ناحیه تماس سمبه و ورق، رابطه نیرو-نفوذ برای ورق‌های ساندویچی به روش تجربی به‌دست آمد. نتایج به‌دست آمده نشان داد، استفاده از فرض نیروی نقطه‌ای در محل بارگذاری که استفاده از آن در اغلب محاسبات تحلیلی مرسوم است، برای تخمین نیروی تماسی بین سمبه صلب و سازه ساندویچی دارای خطای زیادی است، در حالی که با انجام چند آزمون ایستای ساده و استفاده از معادله‌های ارائه شده در این مقاله می‌توان با دقت مناسبی توزیع نیرو را محاسبه کرد و دقت محاسبات را افزایش داد.

مراجع

- Zenkert D., *An Introduction to Sandwich Construction*, Chameleon, USA, 1-12, 1995.
- Hu H., Belouettar S., Potier-Ferry M., and Daya E.M., Review and Assessment of Various Theories for Modeling Sandwich Composites, *Compos. Struct.*, **84**, 282-292, 2008.
- Dariushi S. and Sadighi M., A study on Flexural Properties of Sandwich Structures with Fiber/Metal Laminate Face Sheets, *Appl. Compos. Mater.*, **20**, 839-855, 2013.
- Carlsson L.A. and Kardomateas G.A., *Structural and Failure Mechanics of Sandwich Composites*, Springer, USA, 21-32, 2011.
- Li Z., Chen X., Jiang B., and Lu F., Local Indentation



(الف)



(ب)

شکل ۷- رویه بالایی ورق ساندویچی پس از انجام آزمون: (الف) نفوذ و (ب) خمش.

شده است که در شکل ۷ دیده می‌شود. در آزمون نفوذ به دلیل وجود

- of Aluminum Foam Core Sandwich Beams at Elevated Temperatures, *Compos. Struct.*, **145**, 142-148, 2016.
6. Olsson R. and McManus H., Improved Theory for Contact Indentation of Sandwich Panels, *AIAA J.*, **34**, 1238-1244, 1996.
 7. Rajaneesh A., Sridhar I., and Akisanya A., Indentation Failure of Circular Composite Sandwich Plates, *Mater. Des.*, **89**, 439-447, 2016.
 8. Xiao D., Mu L., and Zhao G., Indentation Response of Sandwich Panels with Positive Gradient Metallic Cellular Core, *Sandw. Struct. Mater.*, **17**, 597-612, 2015.
 9. Saleh M., Luzin V., Toppler K., and Kabir K. Response of Thin-Skinned Sandwich Panels to Contact Loading with Flat-Ended Cylindrical Punches: Experiments, Numerical Simulations and Neutron Diffraction, *Compos. Part B: Eng.*, **78**, 415-430, 2015.
 10. Abrate S., *Impact on Composite Structures*, Cambridge University, USA, Chapt. 2, 1998.
 11. Yang P., Shams S., Slay A., Brokate B., and Elhajjar R., Evaluation of Temperature Effects on Low Velocity Impact Damage in Composite Sandwich Panels with Polymeric Foam Cores, *Compos. Struct.*, **129**, 213-223, 2015.
 12. Zhu S. and Chai G., Damage and Failure Mode Maps of Composite Sandwich Panel Subjected to Quasi-Static Indentation and Low Velocity Impact, *Compos. Struct.*, **101**, 204-214, 2013.
 13. Park H. and Kong C., Study on Impact Damage Behavior of Sandwich Composite Structure for Aircraft, *Compos. Res.*, **26**, 36-41, 2013.
 14. Zhu S. and Chai G., Low-velocity Impact Response of Composite Sandwich Panels, *Proc. Inst. Mech.*, **230**, 388-399, 2016.
 15. Zaidi M., Javed M., and Kumari S., Simulation Study of Stiffeners on Composite Plate, *Recent Res.*, **6**, 176-179, 2014.
 16. Shariyat M. and Jafari R., Nonlinear Low-Velocity Impact Response Analysis of a Radially Preloaded Two-Directional-Functionally Graded Circular Plate: A Refined Contact Stiffness Approach, *Compos. Part B: Eng.*, **6**, 176-179, 2013.
 17. Chai G.B. and Manikandan P., Low Velocity Impact Response of Fibre-Metal Laminates - A Review, *Compos. Struct.*, **107**, 363-381, 2014.
 18. Abot J.L., Daniel I.M., and Gdoutos E.E., Contact Law for Composite Sandwich Beams, *J. Sandw. Struct. Mater.*, **4**, 157-169, 2002.
 19. Sbrulati R., The Contact Behavior Between a Foam Core Sandwich Plate and a Rigid Indentor, *Compos, Part B: Eng.*, **33**, 325-332, 2002.
 20. Saadati M. and Sadighi M., Indentation in Lightweight Composite Sandwich Beams, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part G: J. Aerosp. Eng.*, **223**, 825-835, 2009.
 21. Sadighi M. and Saadati M., Non-linear Indentation Law for Lightweight Sandwich Beam, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part G: J. Aerosp. Eng.*, **224**, 1163-1176, 2010.
 22. Pitarresi G. and Amorim J., Indentation of Rigidly Supported Sandwich Beams with Foam Cores Exhibiting Non-Linear Compressive Behaviour, *J. Sandw. Struct.*, **13**, 605-638, 2011.
 23. Xie Z., Zheng Z., and Yu J., Localized Indentation of Sandwich Beam With Metallic Foam Core, *J. Sandw. Struct. Mater.*, **14**, 197-210, 2012.
 24. Ferri R. and Sankar B.V., Static Indentation and Low Velocity Impact Tests on Sandwich Plates, *Proc ASME Aerospace Div*, **55**, 485-490, 1997.
 25. Tan T. and Sun C., Use of Static Indentation Laws in the Impact Analysis of Laminated Composite Plates, *J. Appl. Mech.*, **52**, 6-12, 1985.
 26. Yu Z. and Gao S., Increase of Contact Radius due to Deflection In Low Velocity Impact of Composite Laminates and Prediction of Delamination Threshold Load, *Compos. Struct.*, **147**, 286-293, 2016.
 27. Shariyat M. and Jafari R., Nonlinear Low-Velocity Impact Response Analysis of a Radially Preloaded Two-Directional-Functionally Graded Circular Plate: A Refined Contact Stiffness Approach, *Compos. Part B: Eng.*, 2013.
 28. Yang M. and Qiao P., Impact and Damage Prediction of Sandwich Beams with Flexible Core Considering Arbitrary Boundary Effects, *J. Sandw. Struct. Mater.*, **9**, 411-444, 2007.
 29. Yalamanchili V.K. and Sankar B.V., Indentation of Functionally Graded Beams and Its Application to Low-Velocity Impact Response, *Compos. Sci. Technol.*, **72**, 1989-1994, 2012.
 30. Jones R.M. and Robert M., *Mechanics of Composite Materials*, Taylor and Francis, USA, Chapt. 2, 1999.
 31. Li R. and Kardomateas G., Nonlinear High-Order Core Theory for Sandwich Plates with Orthotropic Phases, *AIAA J.*, **46**, 2926-2934, 2008.