

Study the Hyper-Viscoelastic and Stress Softening Behaviors of Various SBR/CB Filled Compounds Using a Triple Model

Mir Hamid Reza Ghoreishy* and Foroud Abbassi-Sourki

Department of Rubber Processing and Engineering, Faculty of Polymer Processing,
Iran Polymer and Petrochemical Institute, P.O. Box 14975-112, Tehran, Iran

Received: 10 June 2020, accepted: 19 August 2020

ABSTRACT

Hypothesis: A three-component material model based on the combination of three eight-chain constitutive equation, Bergstrom-Boyce relation and Ogden-Roxburgh stress softening model (Mullins effect) was selected to study the mechanical behavior of various SBR/CB (carbon black) filled rubber compounds.

Methods: Three rubber compounds based on E-SBR were prepared using different carbon black contents (20, 40 and 60 phr) and cured into rubber sheets. The rubber test specimens (ASTM D412 C) were then cut and underwent cyclic tensile tests at two extension rates of 500 and 100 mm/min. In order to show the stress softening behavior, three cycles were selected in a way that the maximum stretch at each cycle was increased consecutively. The volumetric tests were also carried out to determine the bulk modulus of the samples. The stress-strain data were calibrated using MCalibration software in which three different optimization algorithms were utilized to compute the parameters of the models.

Findings: Very good agreements were found between experimentally measured and predicted stress-strain data for low and medium CB filled compounds. However, for highly filled compounds there were some discrepancies at higher extensions, which may be due to the formation of a strong filler network and percolation threshold. This indicates that we may need another modeling component to be incorporated into main model for the description of the mechanical behavior of the filler-filler network itself. Moreover, it is found that there is good correlation between variation of the model parameters and filler content.

Keywords:

SBR,
eight-chain
Bergstrom-Boyce model,
Mullins effect,
MCalibration software,
carbon black

(*)To whom correspondence should be addressed.

E-mail: m.h.r.ghoreishy@ippi.ac.ir

Please cite this article using:

Ghoreishy M.H.R. and Abbassi-Sourki F., Study the Hyper-Viscoelastic and Stress Softening Behaviors of Various SBR/CB Filled Compounds Using a Triple Model, *Iran. J. Polym. Sci. Technol. (Persian)*, **33**, 339-350, 2020.

بررسی رفتار ابرگرانروکشسان و نرم‌شدگی تنش آمیزه‌های لاستیکی بر پایه کائوچوی SBR پر شده با مقادیر مختلف دوده به کمک مدل سه جزئی

میرحمیدرضا قریشی*، فرود عباسی سوزکی

تهران، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، پژوهشکده فرایند، گروه لاستیک، صندوق پستی ۱۱۲-۱۴۹۷۵

دریافت: ۱۳۹۹/۳/۲۱، پذیرش: ۱۳۹۹/۵/۲۹

چکیده

فرضیه: مدل سه جزئی بر پایه ترکیب سه معادله ابرگرانروکشسان هشت‌زنجر، Bergstrom-Boyce و نرم‌شدگی تنش Ogden-Roxburgh (اثر Mullins) برای مطالعه رفتار مکانیکی آمیزه‌های لاستیکی بر پایه SBR پر شده با دوده انتخاب شد.

روش‌ها: سه آمیزه لاستیکی بر پایه کائوچوی E-SBR پر شده با سه مقدار مختلف دوده (۲۰، ۴۰ و ۶۰ phr)، ساخته و به شکل ورقه پخت شدند. سپس، نمونه‌های دمبلی شکل از روی ورقه‌های مزبور تهیه (مطابق استاندارد ASTM D412 C) و تحت سه چرخه آزمون کششی رفت و برگشتی با سرعت‌های ۱۰۰ و ۵۰۰ mm/min قرار گرفتند. به منظور مطالعه اثر نرم‌شدگی تنش مقدار کشیدگی به نحوی اعمال شد که در هر چرخه مقدار کشیدگی نهایی نسبت به چرخه پیشین افزایش یابد. آزمون تراکم‌پذیری نیز برای تعیین مدول توده لاستیک روی نمونه‌ها انجام شد. داده‌های تنش-کرنش به دست آمده وارد نرم‌افزار MCalibration شد و پارامترهای مدل با برازش غیرخطی به دست آمدند که در آن از سه الگوریتم بهینه‌سازی استفاده شده بود.

یافته‌ها: مطابقت بسیار خوبی میان اندازه‌گیری تجربی و داده‌های تنش-کرنش پیش‌بینی شده برای آمیزه‌های پر شده با مقدارهای کم تا متوسط دوده به دست آمد. از سوی دیگر، برای مقدارهای بیشتر پرکننده که به آستانه پراشت نزدیک می‌شود، از مقدار انطباق کم شده که به معنی نیاز به توسعه مدل جداگانه‌ای برای در نظر گرفتن شبکه پرکننده است. همچنین ارتباط کاملاً معناداری میان پارامترهای مدل و مقدار پرکننده وجود دارد.

واژه‌های کلیدی

کائوچوی SBR،

مدل هشت-زنجر

Bergstrom-Boyce،

اثر Mullins،

نرم‌افزار MCalibration،

دوده

* مسئول مکاتبات، پیام‌نگار:

m.h.r.gshoreishy@ippi.ac.ir

مقدمه

آمیزه‌های لاستیکی پر شده با دوده زیر بارهای ایستا و پویا رفتارهای مکانیکی پیچیده‌ای نشان می‌دهند. دلیل‌های بسیاری برای این موضوع وجود دارد. لاستیک‌ها ساختاری بی‌شکل دارند و دمای کارکرد آن‌ها بیشتر از دمای انتقال شیشه‌ای است. ماهیت تغییر شکل در لاستیک‌ها آنتروپایی است. از این رو، قابلیت ایجاد تغییر شکل‌های بزرگ برگشت پذیر در برابر اعمال بارهای کم و تراکم‌ناپذیری بسیار ناچیز از ویژگی‌های ذاتی این مواد است. به همین دلیل رفتار تنش-کرنش آن‌ها غیرخطی است و معمولاً از معادله‌های ابرکشسان بدین منظور استفاده می‌شود. همچنین، لاستیک‌ها مانند سایر پلیمرها رفتار تابع زمان دارند و پدیده اتلاف انرژی در آن‌ها روی می‌دهد که به معنی گرانش‌کشسانی است. رفتار گرانش‌کشسانی در لاستیک‌ها غیرخطی بوده که به معنی وابستگی مقدار تغییرات کرنش به مقدار کرنش و تنش وارد شده بر ماده است. افزون بر این، ذرات پرکننده به‌ویژه دوده به دلیل ساختار انبوه‌های (aggregate) و کلوخه‌ای (agglomerate) که دارند، به‌ویژه در مقادیر زیاد، شبکه تشکیل می‌دهند که برخلاف ماتریس پلیمری انعطاف‌ناپذیر است و به آسانی شکسته می‌شود. برهم‌کنش این ساختار با زنجیرهای پلیمر موجب بروز رفتار مکانیکی منحصر به فردی مانند نرم‌شدگی تنش می‌شود که با مدل‌های توسعه یافته برای سایر مواد بیان‌شدنی نیست. این پدیده بیشتر با نام اثر Mullins شناخته می‌شود. بر این اساس لازم است، مدل‌های ویژه‌ای بدین منظور توسعه یابند تا بتوان چنین رفتارهایی را پیش‌بینی کرد. روش معمول برای توسعه مدل‌های مکانیکی برای رفتارهای پیچیده مواد (نظیر لاستیک‌ها) استفاده از روش توابع افزایشنده است، به‌گونه‌ای که ابتدا مدل مکانیکی برای رفتار غیروابسته به زمان لاستیک (آنی یا بلندمدت) مانند مدل ابرکشسان در نظر گرفته می‌شود. سپس، به آن مدل گرانش‌کشسان افزوده می‌شود تا رفتار وابسته به زمان و اتلافی آن در نظر گرفته شود. در مرحله بعد، برای در نظر گرفتن اثر برهم‌کنش پلیمر-پرکننده و پرکننده-پرکننده و نقشی که در کاهش تنش برای دستیابی به مقدار مشخص تغییر شکل ایفا می‌کنند، از مدل نرم‌شدگی تنش استفاده می‌شود. مدل مزبور به دو مدل پیشین افزوده شده تا تکمیل‌کننده رفتار لاستیک شود.

در کار پژوهشی حاضر تلاش شده است تا به کمک مدل سه‌جزئی ابرکشسان هشت‌زنجیر [۱] (eight chain)، گرانش‌کشسان غیرخطی Bergstrom-Boyce [۲] و نرم‌شدگی تنش Ogden-Roxburgh [۳] رفتار آمیزه لاستیکی بر پایه کائوچوی SBR تقویت شده با سه مقدار گوناگون دوده (۲۰، ۴۰ و ۶۰ phr) مدل‌سازی شود. ترکیب سه مدل نام‌برده برای پیش‌بینی رفتار این لاستیک و بررسی اثر مقدار

دوده برای نخستین بار انجام شده است. همچنین، اولین بار نرم‌افزار MCalibration [۴] برای تعیین پارامترهای مدل‌های یاد شده به کمک داده‌های تجربی به کار گرفته شده است. در ادامه، مهم‌ترین پژوهش‌های پیشین انجام شده در این زمینه به‌ویژه فعالیت‌های نویسندگان مقاله طی دهه گذشته به‌طور مختصری مرور می‌شود.

پیشینه پژوهش

طی دو تا سه دهه گذشته پژوهش‌های گوناگونی بر پایه استفاده از مدل‌های چندجزئی برای پیش‌بینی رفتار مکانیکی آمیزه‌های لاستیک پر شده با پرکننده‌های تقویتی (به‌ویژه دوده و سیلیکا) انجام شده است. پژوهش Lion [۵] جزو نخستین کارهای منتشر شده در این زمینه است. وی، مدل سه‌جزئی ساده را بدین منظور به کار گرفت که در آن رفتارهای غیروابسته و وابسته به زمان (سرعت اعمال کرنش) با دو جمله تنش تعادلی و اضافه‌تنش (overstress) بیان شده بود. برای بیان رفتار این دو بخش از معادله‌های کلاسیک چندجمله‌ای همراه با معادله‌نمایی برای توصیف اثر Mullins استفاده شد، به نحوی که کاهش تنش را به پیشینه کرنش اعمال شده مرتبط کرد. وی، همچنین مدل پیشنهادی خود را با داده‌های تجربی به دست آمده از آزمون کشش انجام شده روی نمونه رویه تیر (تقویت شده با دوده) راستی‌آزمایی کرد. این مدل نتایج خوبی نشان داد، اما با توجه اینکه به‌طور مستقیم داده‌های تجربی و نظری با یکدیگر مقایسه نشدند، بنابراین مقدار دقت و صحت آن نمی‌تواند چندان مورد تأیید باشد. Bergstrom و Boyce [۲] معادله غیرخطی را برای بیان رفتار گرانش‌کشسانی مواد لاستیک و مواد زیست‌سازگار نرم پیشنهاد دادند. آن‌ها مدل پیشنهادی خود را به تدریج توسعه داده (۸-۶) و نشان دادند، رفتار غیرخطی آمیزه‌های لاستیکی را می‌توان به درستی با این مدل بیان کرد. اساس مدل بر ارائه معادله‌ای غیرخطی برای بیان سرعت کرنش در جزء گرانش‌کشسان بوده که تابعی از کرنش و تنش است. جزئیات این موضوع در بخش مدل‌سازی به‌طور مفصل بیان می‌شود. مدل آن‌ها فقط جزء گرانش‌کشسان رفتار آمیزه‌های لاستیکی را شامل می‌شود، اما به نوعی توسعه یافت که می‌توان آن را با معادله‌های ابرکشسان و نرم‌شدگی تنش تلفیق کرد. ارائه مدل ریاضی برای پدیده نرم‌شدگی تنش به‌طور عمده به کار Ogden و Lazopoulos [۳، ۹] مربوط است که جزئیات آن در بخش مدل‌سازی آمده است.

نویسندگان از این مدل برای مدل‌سازی رفتار چند نوع آمیزه لاستیکی پر شده با دوده و سیلیکا استفاده کرده و داده‌های به دست آمده را با نتایج تجربی مقایسه کردند. قریشی [۱۰] مدل Bergstrom-Boyce همراه با مدل ابرکشسان Yeoh را برای مدل‌سازی رفتار مکانیکی آمیزه رویه

سه‌جزئی جدید پیشنهادی خود مطالعه کردند. آن‌ها رفتار ابرکشسان لاستیک را به‌شکل مدل لوله‌ای ناهمگرا (non-affine tube model) در نظر گرفتند. برای رفتار گرانروکشسان نیز از مدل‌های توسعه‌یافته خود استفاده کردند که بر پایه توصیف ریاضی شکست ساختار شبکه پرکننده و تشکیل دوباره آن بود. از نرم‌افزار Abaqus به همراه زیربرنامه UMAT که بر اساس مدل پیشنهادی نوشته شده بود، برای شبیه‌سازی بوش لاستیکی زیر بارگذاری‌های مختلف استفاده کرده و عملکرد مدل را ارزیابی کردند. ویژگی بارز مدل آن‌ها قابلیت در نظر گرفتن تمام رفتارهای گرانروکشسان شامل آسودگی تنش، وابستگی به سرعت کرنش، نرم‌شدگی و نیز اثر دما در مدل برای آمیژه‌های مطالعه شده بود. Carleo و همکاران [۱۷] نیز رفتار آمیژه‌های لاستیکی بر پایه کائوچوی طبیعی تقویت‌شده با مقادیر مختلف دوده را برای کاربرد ضدلرزه‌ای با معادله‌های مشابه مطالعه کرده و اثر تغییر مقدار دوده را بر پارامترهای مدل بررسی کردند.

تجربی

مواد

سه آمیژه لاستیکی بر پایه کائوچوی SBR امولسیون ۱۷۱۲ طراحی شد. برای تقویت آمیژه‌های ساخته‌شده از دوده N330 با مقادیرهای ۲۰، ۴۰ و ۶۰ جزء به ازای صد قسمت کائوچو (phr) استفاده شد. در همه آمیژه‌ها از سامانه پخت نیمه‌کارا (semi-efficient) استفاده شد. جزئیات فرمول‌بندی آمیژه‌ها در جدول ۱ آمده است.

دستگاه‌ها و روش‌ها

اختلاط آمیژه‌ها با مخلوط‌کن دوغلتکی مدل Schwabenthan 200 L انجام شد. برای تعیین زمان پخت بهینه نمونه‌ها از رثومتر با دیسک نوسانی (ODR) استفاده شد. پخت آمیژه‌ها با پرس ۱۰۰ تن مدل Bucher ساخت سوئیس انجام شد که به‌صورت ورقه‌هایی با ضخامت ۲ mm شکل داده شدند. از روی ورقه‌های ساخته‌شده، نمونه‌های دمبلی طبق استاندارد D-412-CASTM تهیه شد که تحت آزمون کششی چرخه‌ای قرار گرفتند. هر نمونه تحت سه چرخه رفت‌وبرگشتی با دستگاه کشش عمومی ساخت شرکت Hiva قرار گرفت، به‌نحوی که در هر چرخه مقدار کشیدگی نهایی به مقدار متوسط ۵۰٪ تا ۱۰۰٪ نسبت به چرخه قبل افزایش یافت. افزون بر این، برای در نظر گرفتن اثر زمان (سرعت اعمال کرنش)، هر نمونه دو مرتبه با سرعت‌های ثابت ۱۰۰ و ۵۰۰ mm/min مورد آزمون قرار گرفت. برای اندازه‌گیری مقدار

تایر باری سبک به‌کارگرفت و نشان داد، این مدل قابلیت پیش‌بینی رفتار این آمیژه‌ها را دارد. در مطالعه جامعی، قریشی و همکاران [۱۱] مدل یادشده را برای گروهی از آمیژه‌های لاستیکی تقویت‌شده با انواع دوده‌ها در حالت‌های مختلف بارگذاری کششی، فشاری و چرخه‌ای به‌کار گرفتند. آن‌ها نشان دادند، میان فرمول‌بندی‌های مختلف آمیژه‌ها (به‌ویژه آمیخته دوده‌های گوناگون) روی پارامترهای مدل ارتباط کاملاً معنی‌داری وجود دارد. در کار دیگری [۱۲] رفتار سه نوع آمیژه رویه‌تایر باری (NR/BR) تقویت‌شده با دوده و سیلیکا به‌کمک مدل مزبور شبیه‌سازی شد. سپس به‌کمک راستی‌آزمایی با داده‌های تجربی دقت و صحت مدل برای این نوع آمیژه‌ها نیز نشان داده شد. در این سه کار پژوهشی، رفتار آمیژه به‌صورت دوجزئی شامل مدل ابرکشسان و گرانروکشسان Bergstrom-Boyce در نظر گرفته شد. برای بهبود مدل و کاربردی‌تر کردن آن برای حالت‌های مختلف بارگذاری، مدل‌های سه‌جزئی به‌همراه افزودن اثر نرم‌شدگی تنش در آن توسعه یافتند و راستی‌آزمایی با داده‌های تجربی انجام شد. قریشی و عباسی [۱۳] در پژوهش جامعی مدل سه‌جزئی ابرکشسان Arruda-Boyce را همراه با مدل گرانروکشسان نمایی قانون توانی (power-law) و مدل نرم‌شدگی تنش Ogden-Roxburgh برای آمیژه لاستیکی بر پایه کائوچوی SBR محلولی به‌کار بردند. آن‌ها معادله جدیدی را برای جمله تخریب در معادله Ogden-Roxburgh معرفی کرده و با به‌کارگیری الگوریتم ابتکاری، پارامترهای مدل را تعیین کردند.

در کار جدید، قریشی و همکاران [۱۴] از سه زیرمدل (submodel) ابرکشسان Ogden و Bergstrom-Boyce همراه با مدل نرم‌شدگی تنش Ogden-Roxburgh برای مدل‌کردن رفتار آمیژه‌های لاستیکی ساخته‌شده بر پایه کائوچوهای SBR امولسیون و محلولی تقویت‌شده با دوده و سیلیکا استفاده کردند. آن‌ها در این کار ضمن راستی‌آزمایی نتایج، با تحلیل پارامترهای مدل و ارتباط آن‌ها با ساختار کائوچوها و پرکننده‌ها نشان دادند، میان ساختار کائوچو و پرکننده‌ها با پارامترهای مدل ارتباط برقرار است. از سایر کارهای چاپ‌شده مهم در این حوزه می‌توان به مطالعه Hurtado و همکاران [۱۵] اشاره کرد که چگونگی تلفیق سه مدل پیش‌تر یادشده را بررسی کردند. در این کار، مفهوم رئولوژیکی چارچوب موازی (parallel rheological framework, PRF) معرفی شد که در واقع تعمیم‌یافته مدل‌های پیشین است. در اینجا به‌جای یک مدل از چند مدل گرانروکشسان به‌طور موازی استفاده شد. این موضوع موجب می‌شود تا با دقت و انعطاف‌پذیری بیشتر بتوان رفتار آمیژه‌های لاستیک را مدل کرد. Plagge و همکاران [۱۶] رفتار آمیژه‌های لاستیکی بر پایه EPDM تقویت‌شده با دوده را به‌کمک مدل

جدول ۱- فرمول‌بندی آمیزه‌ها (قسمت به ازای صد واحد کائوچو).

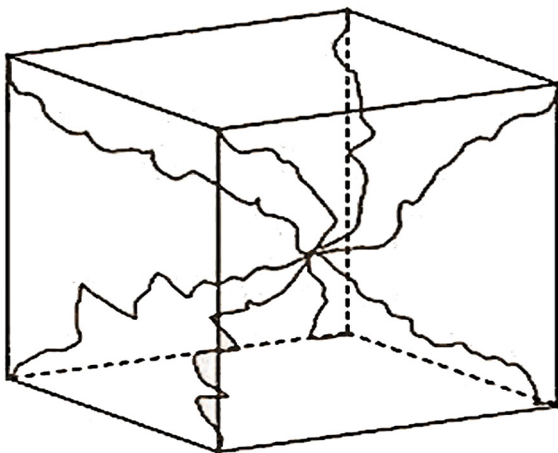
Table 2. Compounds formulations.

Ingredient	Compound code (phr)			Chemical/Trade Name	Supplier
	SE20	SE40	SE60		
SBR	137	137	137	Emulsion SBR 1712 (oil extended with 37.5 phr aromatic oil)	Bandar Imam, Iran
ZnO	5	5	5	Zinc Oxide	Pars Oxide, Iran
St. Acid	2	2	2	Stearic acid	RheinChemie
6PPD	2	2	2	N-(1,3-dimthylbutyl)-N'-phenylenediamine (Dusantox)	Duslo, Slovakia
TMQ	1	1	1	Poly(1,2-dihydro-2,2,4-trimethyl-quinoline)	Duslo, Slovakia
TBBS	1.5	1.5	1.5	N-tert.-butyl-2-benzothiazyl sulphenamide	Henan Kailun
TMTD	0.5	0.5	0.5	Tetramethylthiuram disulfide	Henan Kailun
Sulfur	2	2	2	Sulfur	Tesdak, Iran
Black Filler	20	40	60	Carbon black (N-330)	Iran Carbon Co.

فرض است که هر هشت زنجیر پلیمر (لاستیک) به شکل قطره‌های سلول مکعبی شکل قرار گرفته‌اند (شکل ۱). در این مدل، رابطه میان تنش کوشی (σ) و کرنش برحسب نسبت‌های کشیدگی بیان می‌شود که به شکل معادله (۱) است:

$$\sigma = \frac{\mu}{J\lambda^*} \frac{L^{-1}(\lambda^*/\lambda_L)}{L^{-1}(1/\lambda_L)} \text{dev}[B^*] + k(J-1)I \quad (1)$$

در این معادله، μ مدول برشی اولیه، λ_L حداکثر نسبت کشیدگی



شکل ۱- آرایش یافتگی هشت زنجیر لاستیک در سلول مکعبی.

Fig 1. Orientation of 8 rubber chains in a cubic cell.

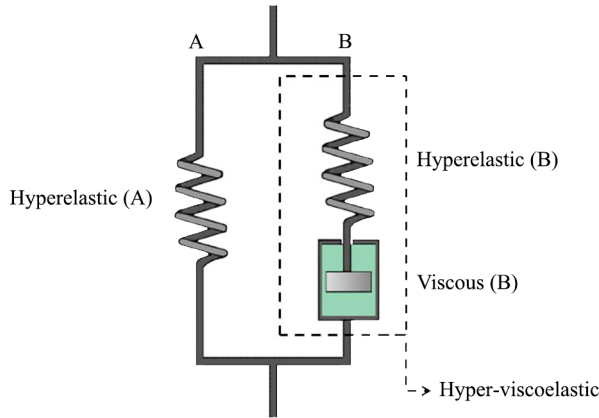
تراکم‌پذیری آمیزه‌های ساخته‌شده از آزمون تراکم حجمی استفاده شد. در این آزمون، نمونه استوانه‌ای توپر درون فضای استوانه‌ای توخالی محصور شده از سه جهت قرار داده می‌شود. سپس، با میله فولادی فشرده شده و تغییرات نیرو برحسب فشردگی ثبت می‌شود. داده‌های آزمون در این مرحله با برازش غیرخطی به پارامتر مقدار تراکم‌پذیری (یا نسبت پواسون) تبدیل می‌شود.

مدل سازی ریاضی

در این پژوهش، رفتار مکانیکی آمیزه لاستیکی پر شده با دوده به کمک مدل تلفیقی سه‌جزئی بیان می‌شود. این مدل از سه جزء یا زیرمدل تشکیل شده که عبارت‌اند از (۱) مدل ابرکشسان برای بیان رفتار کشسانی غیرخطی لاستیک، (۲) مدل گرانروکشسان برای بیان رفتار غیرخطی وابسته به زمان آمیزه و (۳) مدل نرم‌شدگی تنش برای بیان کاهش خواص ناشی از شکست شبکه پرکننده در بارگذاری‌های چرخه‌ای که اثر Mullins نامیده می‌شود. دو زیرمدل اول و دوم به کمک مدل‌های مکانیک هشت‌زنجیر [۱]، Bergstrom-Boyce بهبودیافته [۲، ۷، ۸، ۱۸] و زیرمدل سوم با معادله تقویت‌شده Ogden-Roxburgh [۳، ۱۸] بیان می‌شوند. مدل نهایی از تلفیق سه مدل نام‌برده ساخته شد که جزئیات آن در ادامه بیان می‌شود.

مدل ابرکشسان هشت‌زنجیر

این مدل که مدل Arruda-Boyce نیز نامیده می‌شود، بر اساس این



شکل ۲- نمایی از قرارگیری اجزای ساختاری (ابركشسان و گرانروکشسان) در مدل BB.

Fig. 2. Representation of constitutive elements (hyperelastic and viscoelastic) in BB model.

از آنجاکه شبکه A بیانگر رفتار ابرکشسان (مستقل از زمان) است، بنابراین تنش در شبکه A با معادله (۱) داده شده است. یعنی:

$$\sigma_A = \frac{\mu}{J\lambda^*} \frac{L^{-1}(\bar{\lambda}^*/\lambda_L)}{L^{-1}(1/\lambda_L)} \text{dev}[B^*] + k(J-1)I \quad (6)$$

در مقابل برای شبکه B نیز از همان معادله (۱) یعنی معادله هشت‌زنجیر استفاده شده که به شکل معادله (۷) بیان می‌شود:

$$\sigma_B = \frac{s\mu}{J\lambda_B^{e*}} \frac{L^{-1}(\bar{\lambda}_B^{e*}/\lambda_L)}{L^{-1}(1/\lambda_L)} \text{dev}[B_B^{e*}] + k(J_B^e - 1)I \quad (7)$$

در این معادله‌ها، زیروندهای A و B نمایانگر شبکه‌های کشسان و گرانروکشسان (شکل ۲)، s کمیتی بدون بعد و بیانگر نسبت مدول برشی شبکه B به مدول برشی شبکه A و $\bar{\lambda}_B^{e*}$ نسبت کشیدگی در بخش ابرکشسان شبکه B است که با معادله‌ای مشابه معادله (۲) محاسبه می‌شود. همان‌طوری که دیده می‌شود، برای محاسبه σ_B برخلاف σ_A که به راحتی از معادله (۶) به دست می‌آید، لازم است، ابتدا مقدار $\bar{\lambda}_B^{e*}$ تعیین شود. شبکه B به‌طور متوالی بسته شده و بنابراین تغییرشکل (کرنش) در آن از جمع تغییرهای اجزای کشسان B^e و گرانرو B^v به دست می‌آید. در حالت سه‌بعدی بیان ریاضی این مطلب به شکل معادله (۸) است:

$$F_B = F_B^e F_B^v \quad (8)$$

بدین ترتیب برای کامل‌شدن مدل لازم است، رابطه‌ای برای تعیین

زنجیرهای پلیمری و K مدول توده بوده که هر سه از پارامترهای ماده هستند و از داده‌های تجربی تعیین می‌شوند. همچنین، $L^{-1}[0]$ تابع معکوس Langvein، I ماتریس واحد، J ژاکوبین یا دترمینان تانسور گرادیان تغییرشکل ($J = \det[F]$) و $\bar{\lambda}^*$ کشیدگی زنجیر را بیان کرده که به شکل معادله (۲) است:

$$\bar{\lambda}^* = \sqrt{\frac{\text{tr}[B^*]}{3}} \quad (2)$$

در این معادله، تانسور (B^*) بخش انحرافی (deviatoric) تانسور تغییرشکل Cauchy-Green چپ (B) بوده که برابر با $J^{-2/3} B$ است. همچنین، $\text{dev}[0]$ به شکل معادله (۲) تعریف می‌شود:

$$\text{dev}[0] = [0] - \frac{1}{3} \text{tr}[0]I \quad (3)$$

همان‌طور که دیده می‌شود، تنش از دو جزء تنش انحرافی و تنش حجمی تشکیل شده که به ترتیب در بخش‌های اول و دوم سمت راست معادله (۱) نشان داده شدند.

مدل ابرگرانر و کشسان Bergstrom-Boyce

مدل ابرگرانر و کشسان Bergstrom-Boyce (BB) مدل پیشرفته‌ای برای پیش‌بینی رفتار وابسته به زمان مواد لاستیکی همراه با تغییرشکل‌های بزرگ است. در این مدل فرض می‌شود، آمیزه لاستیکی از دو شبکه تشکیل شده‌اند که با نام‌های A و B مشخص شدند و به‌طور موازی (شکل ۲) قرار دارند. این مدل، حالت پیشرفته مدل جامد خطی استاندارد (standard linear solid, SLS) است. در اینجا شبکه A رفتاری کاملاً کشسان دارد و در آن اثر اتلاف دیده نمی‌شود. در مقابل، شبکه B گرانروکشسان بوده و از دو جزء کشسان (e) و گرانرو (v) تشکیل شده است که به‌طور سری به هم متصل می‌شوند. با توجه موازی بودن دو شبکه A و B تنش کل با استفاده از معادله (۴) به دست می‌آید:

$$\sigma_{\text{total}} = \sigma_A + \sigma_B \quad (4)$$

در این معادله، σ_B و σ_A به ترتیب تنش‌های شبکه‌های A و B هستند. از آنجا که این دو شبکه به‌طور موازی بسته شدند، بنابراین می‌توان فرض کرد، گرادیان تغییرشکل (و کرنش) با یکدیگر برابر است. یعنی:

$$F = F_A = F_B \quad (5)$$

بدین ترتیب که بخشی از اتصال‌های میان زنجیر پلیمر و پرکننده (دوده) و شبکه پرکننده در اثر اعمال تنش شکسته شده و موجب کاهش خواص و در نتیجه کاهش تنش لازم برای رسیدن به تغییرشکل معین می‌شود که در نهایت پس از چند چرخه بارگذاری اولیه به حالت پایدار می‌رسد. این نرم‌شدگی نوعی تجمع آسیب (damage accumulation) است که تابعی از مقدار پرکننده و تغییرشکل یا کرنش اعمالی است. اغلب دیده شده است، این نوع آسیب دائمی نیست و با گذشت زمان برگشت پذیر است. برای مدل‌سازی ریاضی این پدیده فرض می‌شود، تنش در شبکه A به شکل معادله (۱۳) بیان می‌شود:

$$\sigma_A = \eta \text{dev}[\sigma] + \text{vol}[\sigma] \quad (13)$$

در این معادله، تانسور تنش در سمت راست با معادله (۶) داده شده و در این معادله، $\text{vol}[0] = \frac{1}{3} \text{tr}[0]I$ است. η پارامتر اسکالر است که مقدار آسیب را نشان می‌دهد. این کمیت بین ۰ تا ۱ تغییر می‌کند، به طوری که η برابر با ۱ به معنی نبود نرم‌شدگی تنش بوده و مقدار ۰ آن نیز حاکی از آسیب کامل است. برای بیان η از معادله بهبودیافته Ogden-Roxburgh استفاده شد که به شکل معادله (۱۴) است:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r} \text{erf} \left[\frac{U_{\text{dev}}^{\text{max}} - \alpha U_{\text{dev}}}{\bar{U} + \beta U_{\text{dev}}^{\text{max}}} \right] \quad (14)$$

در این معادله، $U_{\text{dev}}^{\text{max}}$ و U_{dev} به ترتیب چگالی انرژی کرنشی و مقدار بیشینه آن طی تاریخچه بارگذاری هستند. همچنین، $\text{erf}(0)$ تابع خطا، α ، \bar{U} و β نیز پارامترهای ماده هستند که برای هر آمیزه باید تعیین شوند. برای تعیین پارامترهای مدل تلفیقی یادشده از نرم‌افزار MCalibration استفاده شد. این نرم‌افزار تخصصی به طور ویژه برای برآزش داده‌های به دست آمده از آزمون‌های مختلف روی نمونه‌های پلیمری (به ویژه لاستیک‌ها) ارائه شده و قابلیت تعیین پارامترهای اغلب مدل‌های مکانیکی پیچیده به کمک الگوریتم‌های بهینه‌سازی را دارد. بدین منظور، داده‌های حاصل از آزمون‌های کششی رفت و برگشتی انجام شده روی نمونه‌های مطالعه شده در این پژوهش شامل زمان، کرنش اسمی و تنش اسمی به نرم‌افزار داده شد. برای هر نمونه داده‌های دو سرعت کشش ۱۰۰ و ۵۰۰ mm/min به طور هم‌زمان داده شدند. سپس، مدل مکانیکی هشت‌زنجیر همراه با مدل گرانروکشسان Bergstrom-Boyce و نرم‌شدگی تنش Ogden-Roxburgh (معادله‌های ۶، ۷، ۱۱ و ۱۴) انتخاب شد. این نرم‌افزار با انتخاب مقادیر پیش‌بینی اولیه برای پارامترهای مدل یادشده

تغییرشکل (کرنش) در جزء گرانرو ارائه شود. با توجه به اینکه تغییرات در این جزء با زمان تغییر می‌کند، ضروری است تا معادله‌ها به صورت تغییرات (مشتق) زمان در نظر گرفته شوند. مقدار F_B^V با استفاده از حل معادله دیفرانسیل (۹) به دست می‌آید (برای جزئیات بیشتر به مرجع ۱۸ رجوع شود):

$$\dot{F}_B^V = \gamma_B^V (F_B^e) - 1 \frac{\text{dev}[\sigma_B]}{\tau_{\text{eff}}} F_B^e F_B^V \quad (9)$$

در این معادله، τ_{eff} تنش مؤثر و کمیتی اسکالر بوده که ایجادکننده جریان گرانروست. این پارامتر با جمله (norm) اقلیدسی $\text{dev}[\sigma_B]$ برابر بوده که به شکل معادله (۱۰) داده شده است:

$$\tau_{\text{eff}} = \|\text{dev}[\sigma_B]\|_F \quad (10)$$

$\dot{\gamma}_B^V$ سرعت کرنش است و با معادله (۱۱) پیشنهادشده توسط Boyce و Bergstrom محاسبه می‌شود:

$$\dot{\gamma}_B^V = \dot{\gamma}_0 (\bar{\lambda}_B^V - 1 + \xi)^c \left[R \left(\frac{\tau_{\text{eff}}}{\tau_{\text{base}}} - \hat{\tau}_{\text{cut}} \right) \right]^m \quad (11)$$

در این معادله، $\dot{\gamma}_0$ کمیتی است که برای یکسان‌سازی ابعادی تعریف شده و برابر با ۱ در نظر گرفته می‌شود. ξ پارامتری است که برای افزایش دقت در مقادیر کم تغییرشکل به معادله اضافه شده و نوعی پارامتر ماده به شمار می‌آید. $R(x)$ تابع متوسط‌گیری بوده و با معادله $R(x) = (x + |x|)/2$ داده شده است. $\hat{\tau}_{\text{cut}}$ تنش است که کمتر از آن هیچ جریان گرانروی روی نمی‌دهد. همچنین:

$$\bar{\lambda}_B^V = \sqrt{\frac{\text{tr}[B_B^V]}{3}} \quad (12)$$

بدین ترتیب از حل معادله دیفرانسیل (۹) همراه با معادله‌های (۱۰) تا (۱۲) مقدار تغییرشکل (کرنش) در جزء گرانرو شبکه B به دست می‌آید و با توجه به اینکه مقدار کرنش در این شبکه معادل کرنش در شبکه A است، بنابراین مقدار کرنش در جزء ابرکشسان شبکه B محاسبه می‌شود و سرانجام مقدار تنش در آن (σ_B) به دست می‌آید. گفتنی است، در این معادله‌ها، ξ ، c ، m ، τ_{base} و $\hat{\tau}_{\text{cut}}$ جزو ثابت‌های مدل هستند که باید تعیین شوند.

مدل نرم‌شدگی Ogden-Roxburgh

آمیزه‌های لاستیکی پر شده با دوده پدیده نرم‌شدگی نشان می‌دهند.

که با افزایش مقدار دوده شبکه قوی از پرکننده تشکیل شده و نقش آن در رفتار گرانر و کشسانی بیشتر و متفاوت‌تر می‌شود. بدین معنی که رفتار شکست و اتلاف انرژی در شبکه پرکننده موقع اعمال بار و تشکیل دوباره آن در مسیر برگشت چرخه بارگذاری متفاوت از زنجیرهای پلیمر است. همین موضوع باعث می‌شود تا اختلاف میان داده‌های تجربی و نظری در مقدارهای افزون‌تر پرکننده به‌ویژه در کرنش‌های زیادتر بیشتر شود. همان‌طور که در مقدمه نیز عنوان شد، هدف اصلی بررسی امکان‌پذیری ارتباط این پارامترها با مقدار پرکننده در آمیزه‌ها بود که با تحلیل پارامترهای مدل انجام می‌شود.

رفتار ابرکشسانی

همان‌طور در جدول ۲ آمده است، با افزودن دوده به آمیزه لاستیکی مقدار μ یا مدول برشی اولیه لاستیک افزایش می‌یابد که کاملاً بدیهی و مورد انتظار است. زیرا افزایش پرکننده موجب تقویت و افزایش مدول می‌شود. در مقابل، اتصال میان دوده و لاستیک موجب می‌شود، حداکثر کشیدگی به دلیل ایجاد محدودیت در حرکت زنجیرهای پلیمر کاهش یابد که این موضوع نیز به کاهش λ_L با افزایش دوده منجر می‌شود. از سوی دیگر، با افزودن دوده مدول توده لاستیک نیز تغییر می‌کند که این موضوع نیز به دلیل تراکم‌پذیری نسبی دوده است. به کمک معادله (۱۵) می‌توان نسب پواسون را محاسبه کرد که نشانگر مقدار تراکم‌پذیری لاستیک است:

$$v = \frac{3\left(\frac{k}{\mu}\right) - 2}{6\left(\frac{k}{\mu}\right) + 2} \quad (15)$$

بر اساس داده‌های جدول ۲، این مقدار به ترتیب برای نمونه‌های دارای ۲۰، ۴۰ و ۶۰ phr دوده برابر با ۰/۴۹۸، ۰/۴۹۹ و ۰/۴۹۷ بوده که نشانگر کاهش تراکم‌ناپذیری با افزایش مقدار دوده است. این مطلب پیش‌تر نیز گزارش شده بود.

به کمک الگوریتم‌های بهینه‌سازی مختلف سعی در برازش داده‌های تجربی در مدل مزبور دارد. بدین منظور، در هر چرخه بهینه‌سازی پارامترهای جدیدی انتخاب شد تا حداکثر انطباق یا به عبارت دیگر حداقل خطا میان داده‌های تجربی و پیش‌بینی شده با مدل به دست آید. این نرم‌افزار با توجه پیچیدگی مدل و تعداد زیاد پارامترهایی که باید تعیین شوند، از مدل ترکیبی روش‌های بهینه‌سازی استفاده می‌کند. بدین ترتیب که مجموعه‌ای از الگوریتم‌های بهینه‌سازی را به کار می‌گیرد. برای داده‌های به کار گرفته شده در این پژوهش، ابتدا از الگوریتم جست‌وجوی اتفاقی استفاده شد. پس از چند تکرار، نتایج به عنوان ورودی به الگوریتم Levenberg-Marquardt داده شد و کار بهینه‌سازی ادامه یافت. پس از آن و چند تکرار، کار با الگوریتم ارائه شده توسط Powell با نام NEWUOA ادامه یافت. سرانجام از الگوریتم پرکاربرد Nelder-Mead برای دستیابی به جواب‌های نهایی بهره گرفته شد. ورودی در هر مرحله از خروجی مرحله پیشین تأمین شد تا سرانجام پارامترها با حداقل خطا میان داده‌های تجربی و پیش‌بینی شده به دست آمدند. جزئیات الگوریتم‌های بهینه‌سازی را می‌توان در مرجع ۱۹ یافت.

نتایج و بحث

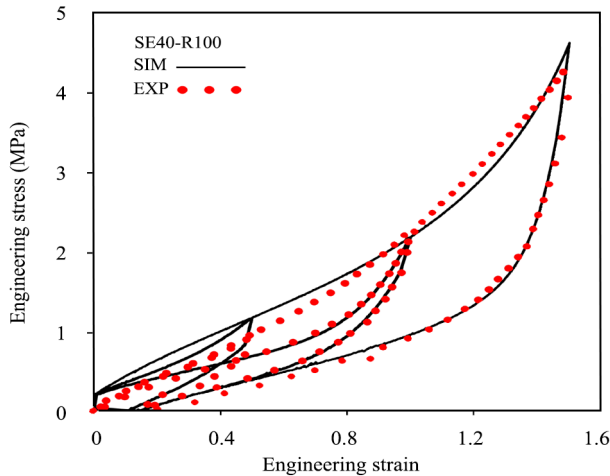
پارامترهای مدل بر اساس روش‌های (تجربی و محاسباتی) گفته شده در بخش‌های قبل به دست آمدند که در جدول ۲ آمده است. همچنین، نمودارهای تغییرات تنش بر حسب کرنش در دو حالت اندازه‌گیری شده تجربی و پیش‌بینی شده با مدل برای سه نمونه مطالعه شده در این پژوهش با دو سرعت کشش ۱۰۰ و ۵۰۰ mm/min در شکل‌های ۳ تا ۸ نشان داده شدند. همان‌طور که دیده می‌شود، انطباق بسیار خوبی میان داده‌های تجربی و پیش‌بینی شده وجود دارد که نشانگر قابلیت خوب مدل انتخابی در پیش‌بینی رفتار آمیزه‌هاست. اما در مقابل دیده می‌شود، انطباق در مقدار زیاد دوده در نمونه SE60 کاهش می‌یابد. دلیل موضوع این است

جدول ۲- پارامترهای پیش‌بینی شده مدل سه‌جزئی (هشت‌زنجیر Bergstrom-Boyce/Ogden-Roxbur) برای آمیزه‌ها.

Table 2. Computed parameters of three-component model (eight-chain/Bergstrom-Boyce/Ogden-Roxburg) for compounds.

Compound code	μ (MPa)	λ_L	K (MPa)	s	c	m	τ_{base}	ξ	r	β	\bar{U} (MPa)*
SE20	0.556	1.93	378	0.96	-0.88	7.11	1.2	0.04	3.56	0.21	0.41
SE40	0.92	1.76	295	2.6	-1.0	5	0.24	0.03	2.08	0.14	0.63
SE60	1.35	1.68	212	3.93	-1.9	8.8	0.52	0.001	1.83	0.015	0.95

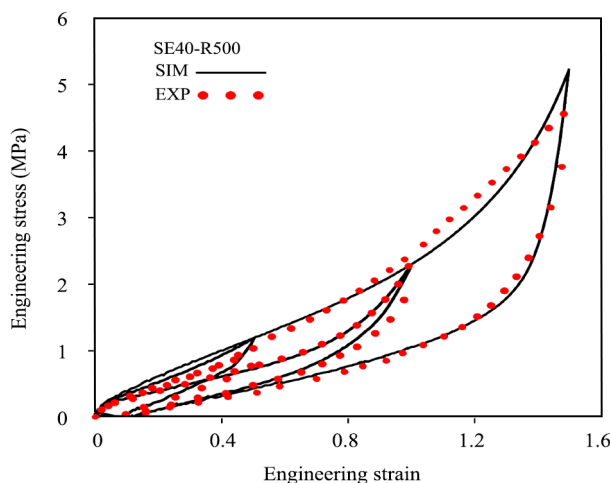
* Unit of strain energy density: N.mm/mm³.



شکل ۵- تنش مهندسی برحسب کرنش مهندسی (اسمی) برای آمیزه SE40 در سرعت کشش 100 mm/min.

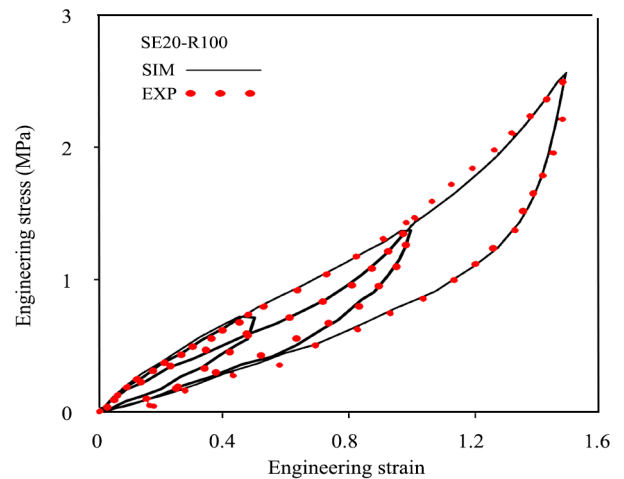
Fig. 5. Engineering (nominal) stress versus strain for SE40 at extension rate of 100 mm/min.

بلکه موجب افزایش رفتار کشسانی بخش گرانووکشسان نیز می‌شود. به عبارت دیگر، افزایش مدول لاستیک که با افزودن دوده به دست می‌آید، بر هر دو رفتار بلندمدت که در آن اثر گرانووبودن دیده نمی‌شود و نیز رفتار لاستیک در محدوده‌های زمانی (یا بسامدی) مؤثر است. این مطلب به دفعات بسیار زیاد گزارش شده است و بنابراین قابلیت مدل را در پیش‌بینی رفتار نشان می‌دهد. به‌طورکلی، افزودن پرکننده به ماتریس پلیمری (نظیر دوده به لاستیک) موجب



شکل ۶- تنش مهندسی برحسب کرنش مهندسی (اسمی) برای آمیزه SE40 در سرعت کشش 500 mm/min.

Fig. 6. Engineering (nominal) stress versus strain for SE40 at extension rate of 500 mm/min.

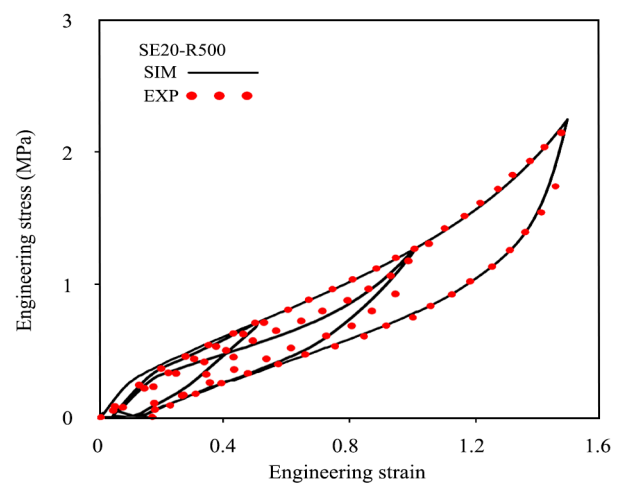


شکل ۳- تنش مهندسی برحسب کرنش مهندسی (اسمی) برای آمیزه SE20 در سرعت کشش 100 mm/min.

Fig. 3. Engineering (nominal) stress versus strain for SE20 at extension rate of 100 mm/min.

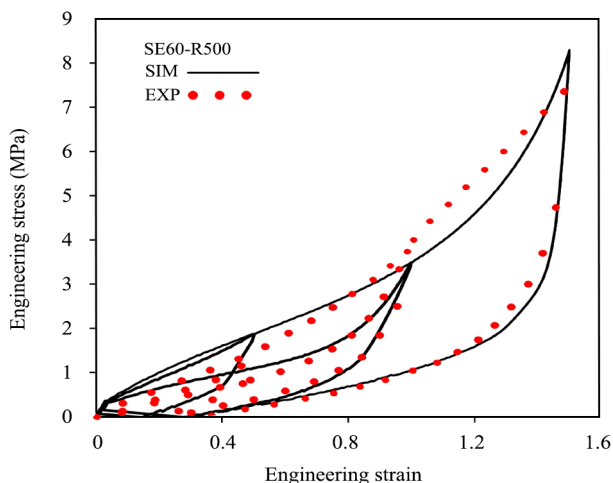
رفتار گرانووکشسانی

پارامترهای رفتار گرانووکشسانی (شبهه B در شکل ۲) نیز در جدول ۲ آمده است. نخستین پارامتری که باید بررسی شود، کمیت بدون بعد S است که نسبت مدول اولیه برشی بخش ابرکشسان B به مقدار مشابه آن در شبهه A است. روند تغییرات این متغیر با افزایش مقدار دوده در آمیزه لاستیکی نشان می‌دهد، افزودن دوده نه تنها بر رفتار کشسانی خالص پلیمر اثر می‌گذارد (افزایش مدول آمیزه لاستیکی)



شکل ۴- تنش مهندسی برحسب کرنش مهندسی (اسمی) برای آمیزه SE20 در سرعت کشش 500 mm/min.

Fig. 4. Engineering (nominal) stress versus strain for SE20 at extension rate of 500 mm/min.



شکل ۸- تنش مهندسی برحسب کرنش مهندسی (اسمی) برای آمیزه SE60 در سرعت کشش 500 mm/min.

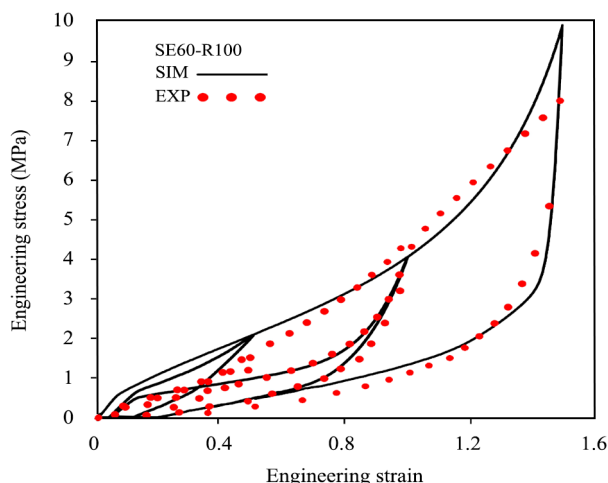
Fig. 8. Engineering (nominal) stress versus strain for SE60 at extension rate of 500 mm/min.

مؤثر و اصلی بر رفتار غیرخطی گرانروکشسان مقدار لاستیک رهاشده بوده که خود تابعی از مقدار کرنش اعمال شده است. بنابراین، اثر افزایش مقدار دوده بر تغییرات متغیر c (اثر کرنش اعمال شده) دیده می‌شود. همچنین یادآور می‌شود، چون کمیت c تنها پارامتر برازش‌کننده برای تصحیح مدل در تغییرشکل‌های کم است، بنابراین می‌توان فرض کرد، ارتباط مؤثری با چگونگی رفتار گرانروکشسانی لاستیک ندارد و تغییرات آن بدون اهمیت فیزیکی است.

رفتار نرم‌شدگی تنش

پدیده نرم‌شدگی تنش یا اثر Mullins به‌طور مستقیم با افزودن دوده به آمیزه لاستیکی برمی‌گردد. قبلاً نشان داده شده بود [۱۳، ۱۴]، بدون در نظر گرفتن این اثر نمی‌توان فقط با مدل ابرگرانروکشسان رفتار اتلافی آمیزه‌های لاستیکی پر شده با دوده را به‌درستی مدل کرد. در واقع، بدون وارد کردن این اثر در مدل ریاضی رفتار مکانیکی در مسیر برگشت (در بارگذاری چرخه‌ای) به‌ویژه در چرخه‌های نخست به‌درستی پیش‌بینی نمی‌شود.

نگاهی به تغییرات پارامترهای مدل (معادله ۱۴) یعنی r ، β و U نشان می‌دهد، کاهش r و β به معنی افزایش مقدار تخریب (کاهش η) ناشی از شکست ساختار و پیوندهای پرکننده-پلیمر و افزایش مقدار U نشانه‌ای از انتقال تخریب از کرنش کم به زیاد است. همان‌طور که از داده‌های جدول ۲ مشخص است، با افزایش مقدار دوده، پارامترهای r و β کاهش می‌یابند که به معنی افزایش مقدار شکست یا



شکل ۷- تنش مهندسی برحسب کرنش مهندسی (اسمی) برای آمیزه SE60 در سرعت کشش 100 mm/min.

Fig. 7. Engineering (nominal) stress versus strain for SE60 at extension rate of 100 mm/min.

افزایش مدول و گرانروی به‌طور توأم می‌شود. به‌عنوان مثال، افزودن دوده موجب افزایش هم‌زمان ضرایب کشسانی و اتلافی در بارگذاری پویا می‌شود. درباره دوده (و سایر پرکننده‌ها نظیر سیلیکا) به‌دلیل ساختار کلوخه‌ای و انبوه‌های افزون بر درصد پرکننده مقدار پراکنش اهمیت دوچندانی دارد. بدین ترتیب که بخشی از لاستیک در فضای بین‌ذره‌ای پرکننده حبس شده که به آن لاستیک حبس شده (occluded rubber) گفته می‌شود. در این حالت، مقدار مؤثر درصد پرکننده در ماتریس پلیمری افزایش می‌یابد. با اعمال کرنش در لاستیک این ساختار انبوه‌های پرکننده شکسته شده و موجب رهاسازی لاستیک حبس شده می‌شود که به تغییر در رفتار کشسانی و گرانروی آمیزه منجر می‌شود. بنابراین می‌توان چنین تصور کرد، اگر مقدار پرکننده افزایش یابد، در آن صورت مقدار لاستیک آزاد شده و در نتیجه تغییر در رفتار گرانروکشسانی نیز بیشتر تغییر می‌کند. برای سنجش درستی این فرضیه می‌توان به تغییرات پارامتر c در جدول ۲ توجه کرد که با افزایش دوده مقدار قدر مطلق آن نیز بیشتر می‌شود. این پارامتر نشان می‌دهد، مقدار تغییر کرنش تا چه مقدار به کرنش وابسته است. به‌عبارت دیگر، c مقدار غیرخطی بودن رفتار گرانروکشسان را بیان می‌کند. تفسیر دیگر این مطلب آن است که برای سامانه‌ای که بدون پرکننده است، مقدار c صفر شده است و انتظار رفتار گرانروکشسانی خطی می‌رود. از سوی دیگر، تغییرات دو پارامتر m و τ_{base} نشان می‌دهد، تنش با افزودن دوده تغییر چندان مشخصی بر مقدار تغییرات کرنش نمی‌گذارد. این موضوع بدین دلیل است که چون عامل

نرم‌شدگی تنش Ogden-Roxburgh برای پیش‌بینی رفتار مکانیکی آمیزه‌های لاستیکی ساخته شده بر پایه کائوچوی SBR تقویت شده با مقادیرهای مختلف دوده استفاده شد. پارامترهای مدل با برازش غیرخطی تعیین شدند. نشان داده شد، برای مقادیرهای کم تا متوسط دوده، مدل به خوبی قابلیت پیش‌بینی رفتار تنش-کرنش را با در نظر گرفتن اثر سرعت اعمال کرنش و نرم‌شدگی ناشی از اثر Mullins دارد. اما، برای مقادیرهای بیشتر پرکننده که به آستانه پراشت نزدیک می‌شود، مقدار انطباق به‌ویژه در کرنش‌های بیشتر کاهش می‌یابد. این موضوع به نوعی بیانگر آن است که رفتار گرانروکشسان متفاوتی برای شبکه تشکیل شده از پرکننده به وجود آمده که نیازمند تکمیل مدل برای در نظر گرفتن آن است.

تخریب ساختار است. این نتیجه قابل انتظار بود، زیرا افزایش دوده به تشدید اثر Mullins منجر می‌شود. همچنین، با افزایش دوده مقدار U نیز افزایش می‌یابد که به معنی انتقال شکست ساختار از مقادیرهای کم به مقادیرهای زیاد کرنش است. این نکته نیز کاملاً صحیح است، زیرا با ازدیاد مقدار دوده نرم‌شدگی تنش نیز افزایش می‌یابد.

نتیجه گیری

در پژوهش حاضر، از مدل سه‌گانه متشکل از مدل ابرکشسان هشت‌زنجیر، گرانروکشسان غیرخطی Bergstrom-Boyce و

مراجع

1. Arruda E.M. and Boyce M.C., A Three-Dimensional Constitutive Model for the Large Stretch Behavior of Rubber Elastic Materials, *J. Mech. Phys. Solids*, **41**, 389-412, 1993.
2. Bergström J. and Boyce M.C., Constitutive Modeling of the Large Strain Time-Dependent Behavior of Elastomers, *J. Mech. Phys. Solids*, **46**, 931-954, 1998.
3. Ogden R. and Roxburgh D., A Pseudo-Elastic Model for the Mullins Effect in Filled Rubber, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society, 2861-2877, 1999.
4. *MCalibration*, 5.0.0, Veryst Engineering, 2018.
5. Lion A., A Constitutive Model for Carbon Black Filled Rubber: Experimental Investigations and Mathematical Representation, *Continuum. Mech. Therm.*, **8**, 153-169, 1996.
6. Bergström J. and Boyce M.C., Constitutive Modeling of the Time-Dependent and Cyclic Loading of Elastomers and Application to Soft Biological Tissues, *Mech. Mater.*, **33**, 523-530, 2001.
7. Bergström J. and Boyce M.C., Large Strain Time-Dependent Behavior of Filled Elastomers, *Mech. Mater.*, **32**, 627-644, 2000.
8. Bergström J. and Boyce M.C., Mechanical Behavior of Particle Filled Elastomers, *Rubber Chem. Technol.*, **72**, 633-656, 1999.
9. Lazopoulos K. and Ogden R., Nonlinear Elasticity Theory with Discontinuous Internal Variables, *Math. Mech. Solids*, **3**, 29-51, 1998.
10. Ghoreishy M.H.R., Simulating Mechanical Behavior of a Tread Rubber Compound by a Hyperelastic/Hysteresis Model, *Iran. J. Polym. Sci. Technol. (Persian)*, **24**, 369-377, 2011.
11. Ghoreishy M.H.R., Firouzbakht M., and Naderi G., Parameter Determination and Experimental Verification of Bergström-Boyce Hysteresis Model for Rubber Compounds Reinforced by Carbon Black Blends, *Mater. Design*, **53**, 457-465, 2014.
12. Ghoreishy M.H.R., Alimardani M., Mehrabian R.Z., and Taghvaei-Gangali S., Modeling the Hyperviscoelastic Behavior of a Tire Tread Compound Reinforced by Silica and Carbon Black, *J. Appl. Polym. Sci.*, **128**, 1725-1731, 2013.
13. Ghoreishy M.H.R. and Abbassi-Sourki F., Development of a New Combined Numerical/Experimental Approach

- for the Modeling of the Nonlinear Hyper-Viscoelastic Behavior of Highly Carbon Black Filled Rubber Compound, *Polym. Test.*, **70**, 135-143, 2018.
14. Samaei S., Ghoreishy M.H.R., and Naderi G., Effects of SBR Molecular Structure and Filler Type on the Hyper-Viscoelastic Behavior of SBR/BR Radial Tyre Tread Compounds Using a Combined Numerical/Experimental Approach, *Iran. J. Polym. Sci. Technol. (Persian)*, **32**, 65-78, 2019.
 15. Hurtado J., Lapczyk I., and Govindarajan S., Parallel Rheological Framework to Model Non-Linear Viscoelasticity, Permanent Set, and Mullins Effect in Elastomers, *8th European Conference on Constitutive Models for Rubbers*, San Sebastian, Spain, 25-28 June, 95-100, 2013.
 16. Plagge J., Ricker A., Kröger N., Wriggers P., and Klüppel M., Efficient Modeling of Filled Rubber Assuming Stress-Induced Microscopic Restructurization, *Int. J. Eng. Sci.*, **151**, 2020.
 17. Carleo F., Plagge, J., Whear R., Busfield J., and Klüppel M., Modeling the Full Time-Dependent Phenomenology of Filled Rubber for Use in Anti-Vibration Design, *Polymers*, **12**, 841, 2020.
 18. Bergström J., *Mechanics of Solid Polymers: Theory and Computational Modeling*, Elsevier Science, London, UK, Chapt. 5, 2015.
 19. Rao S.S., *Engineering Optimization Theory and Practice*, 4th ed., John Wiley and Sons, New Jersey, 2009.